

QB
42
.C26

75
72
.026

TRATTATO
D'ASTRONOMIA:

T R A T T A T O
D' A S T R O N O M I A

D I

V I T O C A R A V E L L I :

T O M O I I .



I N N A P O L I

Nella Stamperia de' RAIMONDI

Con licenza de' Superiori

MDCCLXXXII.

I N D I C E

De' Capi contenuti in questo
Tomo.

L I B R O II.

In cui s'espongono le operazioni fon-
damentali dell' Astronomia.

CAP. I. *Si premette una brieve idea della re-
frazione della luce colla legge sua fundamen-
tale.* pag. 1

CAP. II. *Si distinguono i luoghi, le distanze
dal zenit, e le altezze de' corpi celesti in
vere, ideali, e apparenti; e s'insegna il
modo di determinare le distanze apparen-
ti dal zenit, e le altezze apparenti de' me-
desimi corpi.* 8

CAP. III. *Della teorica della Parallasse de'
corpi celesti, dove si sviluppano tutt' i prin-
cipj teorici per costruire le Tavole delle alte-
razioni, che soffrono le altezze de' detti cor-
pi con guardarli dalla superficie, e non dal
centro della terra.* 21

CAP.

- CAP. IV.** *Della teorica della Refrazione astronomica, dove si sviluppano più principj teorici per costruire le Tavole delle alterazioni, che soffrono le altezze de' corpi celesti a cagione della refrazione della luce.* 30
- CAP. V.** *In cui si sviluppano altri principj teorici relativamente alle refrazioni astronomiche, supposta la luce procedere nell' atmosfera terrestre in linea curva.* 40
- CAP. VI.** *Della costruzione, e dell' uso della Tavola delle refrazioni mezzane.* 68
- CAP. VII.** *S' insegnano alcune operazioni astronomiche da premettere a tutte le altre.* 79
- CAP. VIII.** *De' modi di determinare senza bisogno delle refrazioni l' altezza del polo, le due refrazioni necessarie per calcolare le Tavole delle refrazioni mezzane, e le declinazioni delle stelle fisse.* 92
- CAP. IX.** *S' insegnano alcune operazioni fondamentali relativamente al Sole da premettere a tutte le altre.* 108
- CAP. X.** *S' insegna a determinare con esattezza relativamente a qualunque orologio a pendolo, conosciuta l' equabilità del suo moto, coll' aiuto delle altezze uguali del Sole il momento del mezzogiorno, e quanto a sè fatta determinazione ha immediato rapporto,* 126
- CAP. XI.** *S' insegnano i modi di determinare gli equinozj coll' ascensione retta d' una stella, l' obbliquità dell' eclittica, ed i solstizj.* 149
- CAP. XII.** *S' espongono i modi di poter determinare i tempi, che impiega il semidiametro del*

del Sole in qualunque rivoluzione diurna a traversare il meridiano, qualsisia verticale, e l'orizzonte, o qualsivoglia suo parallelo. 165

CAP. XIII. *Si sciolgono più problemi relativamente al moto annuo del Sole.* 176

CAP. XIV. *S' insegnano più problemi relativamente alle determinazioni delle ascensioni rette, delle declinazioni, delle longitudini, e delle latitudini delle stelle fisse.* 188

CAP. XV. *Della Precessione degli equinozj, e delle determinazioni delle formole generali per calcolare le variazioni, che tale precessione cagiona alle ascensioni rette, e alle declinazioni delle stelle.* 199

CAP. XVI. *Si definiscono l'anno solare, le sue spezie, e l'anno civile, e s' espone il come s' è proceduto per giugnere all' esatta determinazione e delle spezie dell'anno solare, e dell'anno civile, di cui facciamo uso.* 217

CAP. XVII. *S' espone quanto occorre circa la determinazione del tempo, e circa il regolamento degli orologj e per gli usi astronomici, e per gli usi civili.* 243

CAP. XVIII. *In cui s' insegna a calcolare relativamente a qualunque giorno di qualsisia anno i tempi de' passaggi de' corpi celesti per qualsivoglia meridiano.* 290

CAP. XIX. *S' insegnano i modi di determinare gli angoli orari de' corpi celesti, gli archi semidiurni, che nelle giornaliere rivoluzioni appaiono descrivere, e i tempi del nascere, e tramontare di essi.* 312

CAP.

CAP. XX. De' modi di calcolare l' ora solare
vera per mezzo d' un' altezza del Sole, o di
qualsia stella. 341

CAP. XXI. S' insegna a calcolare l' altezza
vera, l' azimutto, e l' angolo parallattico
del Sole, e delle stelle, corrispondenti a qua-
lunque data ora solare. 354



TRATTATO D' ASTRONOMIA.

LIBRO II.

In cui s' espongono le operazioni fondamentali dell' Astronomia.

C A P. I.

Si premette una brieve idea della refrazione della luce colla legge sua fondamentale.

DEFINIZIONE I.

I. **S**I dice *refrazione della luce* quel piegarli, e mutar direzione, che fa ogni raggio di luce in passare da un mezzo in un altro di diversa densità.

Tom.II.

A

DE.

DEFINIZIONE II.

Fig. 1, 2. Sieno LM la superficie, che separa due mezzi di densità diverse, AB un raggio di luce, che cade obliquamente sulla superficie LM, BC il raggio refratto in B, ed XY la perpendicolare ad LM, procedente per B; e sia di più AB prolungata in G. Si dicono, AB il raggio incidente, BC il raggio refratto, LM la superficie refringente, B il punto dell'incidenza, XY l'asse della refrazione, ABX l'angolo d'inclinazione, CBY l'angolo refratto, e GBC l'angolo della refrazione.

AVVERTIMENTO.

3. Le isperienze hanno fatto conoscere 1.^o che ogni raggio di luce in un mezzo uniforme si muove in linea retta; 2.^o che in passare un raggio di luce da un mezzo in un altro di diversa densità, qualora vi passa cadendo obliquamente sulla superficie refringente, si refrange, e si refrange più, o meno, secondochè più, o meno è la differenza delle densità de' due mezzi; 3.^o che in refrangersi un raggio di luce, s' avvicina all' asse della refrazione, se passa da un mezzo raro al denso; e se ne discosta, se passa da un mezzo denso al raro; 4.^o che il raggio refratto procede sempre nel piano stesso, in cui so-
no

D' A S T R O N O M I A. 3

no il raggio incidente, e l'asse della refrazione; e 5° finalmente che variandosi l'angolo d'inclinazione d'un raggio di luce, che passa da un mezzo in un altro di diversa densità, si varia ancora l'angolo refratto: la ragione però de' seni di sì fatti angoli resta sempre l'istessa, qualunque sia la variazione dell'angolo d'inclinazione, e qualunque quella, che in conseguenza acquista l'angolo refratto.

COROLLARIO I.

4. Essendo, qualora la luce ora con una inclinazione, e ora con un'altra passa per gli stessi mezzi, la ragione del seno dell'angolo d'inclinazione a quello dell'angolo refratto sempre la stessa; se l'angolo d'inclinazione sarà nullo, nullo sarà altresì l'angolo refratto. E perciò un raggio di luce, che cade perpendicolarmente sulla superficie, che separa due mezzi di densità diverse, passa da un mezzo nell'altro senza soffrire refrazione alcuna.

COROLLARIO II.

5. Contraffegnino BOC un quadrante Fig. 2. circolare, AOB l'angolo d'inclinazione d'un raggio di luce, che passa da un mezzo in un altro di diversa densità, e AE il suo seno. S'intenda da AE tagliata EF,

A 2

tal-

4

T R A T T A T O

talchè sia $AE:EF$, come il seno dell'angolo d'inclinazione del supposto raggio di luce al seno del suo angolo refratto; e, tirata per F la FD parallela ad OB , si congiungano le rette OD , AD . Contraffegneranno DOB l'angolo refratto; e AOD l'angolo della refrazione dell'istesso supposto raggio di luce. Or se l'angolo AOB s'accresce, o diminuisce, talchè s'accresca, o diminuisca il suo seno, si debbono anche accrescere, o diminuire le rette AF , FD , e accrescere, o diminuire altresì l'arco AD , e conseguentemente l'angolo AOD . Sicchè l'angolo AOD della refrazione d'un raggio di luce si deve accrescere, o diminuire, secondochè s'accresce, o diminuisce il seno dell'angolo d'inclinazione. E perciò farà l'angolo della refrazione d'un raggio di luce massimo, qualora l'angolo d'inclinazione può divenire retto; farà nullo, qualora l'angolo d'inclinazione farà nullo; e finalmente si farà tanto più minore del massimo; quanto più l'angolo d'inclinazione si farà minore del retto.

P R O B L. I.

6. *Determinare la legge generale, secondo la quale la luce in passare obliquamente da un mezzo in un altro di diversa densità si refrange.*

So.

S O L U Z I O N E .

Sia quanto s'è supposto nel § 2. Col Fig. 1 centro B, e con qualunque intervallo BA si descriva il cerchio LXMY. Da A si calino le rette AI, AK rispettivamente perpendicolari ad LM, XY. Tagliata $BN = BI$, s'innalzi da N su LM la perpendicolare NC, e si prolunghi, finchè incontra il raggio refratto BC in C. Finalmente da D, e C si calino su XY le perpendicolari DE, CF.

Movendosi la luce prima della refrazione per AB, con AB si può esprimere la forza, colla quale ogni parte di luce giugne in B. Onde tale forza equivale a due, le direzioni, ed efficacie delle quali vengono espresse da IB, KB (§ 69 della Dinamica). Or di tali due forze la espressa da IB non può ricevere alterazione alcuna in giugnere le parti della luce in B. Sicchè tale forza deve restare intera dopo la refrazione; e perciò BN deve esprimere la direzione, ed efficacia d'una delle forze componenti delle parti della luce dopo la refrazione. Ma la luce dopo la refrazione procede per BC. Sicchè dopo la refrazione debbono esprimere BF la direzione, ed efficacia dell'altra forza componente delle parti della luce, e BC la direzione, ed efficacia della forza composta. E perciò le parti della luce dopo la

A 3

refra-

refrazione corrono coll'intera forza, che hanno, BC nel medesimo tempo, che correrrebbero BN colla forza espressa da BN; vale a dire in tempo uguale a quello, in cui prima della refrazione avrebbero corsa IB colla sola forza espressa da IB, e hanno corsa AB coll'intera forza. Per la qual cosa AB, e BC sono i spazj, che la luce corre prima, e dopo la refrazione in tempi uguali. Onde AB sta a BC, come la velocità, che ha la luce prima della refrazione a quella, che ha dopo. Ma $AB : BC = BD : BC = DE : CF = DE : BN = DE : BI = DE : AK$, cioè come il seno dell'angolo refratto CBY al seno dell'angolo d'inclinazione ABX. Sicchè la luce si refrange con tal legge, che la velocità, che ha prima della refrazione, sta a quella, che ha dopo, come il seno dell'angolo refratto al seno dell'angolo d'inclinazione. Ch'è ciò, che bisognava determinare.

COROLLARIO I.

7. Essendo il seno dell'angolo refratto minore di quello dell'angolo d'inclinazione, qualora la luce passa dal mezzo raro al denso, e maggiore, qualora passa dal mezzo denso al raro. Dunque la luce corre con maggiore velocità nel mezzo denso, che nel raro.

CO-

COROLLARIO II.

8. Essendo in oltre, qualora i mezzi sono gli stessi, costante la ragione de' detti seni, qualunque sia la mutazione, che soffra l'angolo d'inclinazione, e conseguentemente l'angolo refratto; costante sarà ancora la ragione della velocità, che ha la luce prima della refrazione a quella, che ha dopo, qualunque mutazione, che soffra l'angolo d'inclinazione, e conseguentemente l'angolo refratto, purchè i mezzi sieno i medesimi.

AVVERTIMENTO I.

9. Si noti che se il raggio incidente AB passa per la superficie refringente LM in un mezzo non uniforme, ma di densità, che si va successivamente accrescendo, o diminuendo; in tale caso il raggio refratto deve andare continuamente variando direzione, e conseguentemente deve procedere non in linea retta, ma in linea curva; e tale curva deve essere concava verso XY, se la densità del mezzo va crescendo, e convessa, se va diminuendosi.

AVVERTIMENTO II.

10. Si noti pure che la legge della refrazione s'è cercata sempre da insigni Geo-

8 T R A T T A T O

metri per vie non proprie . La via semplice, e spedita, da noi tenuta, non s'è loro presentata . Quindi non è meraviglia che taluni l'abbiano fallita, e altri sieno stati nella necessità, per giugnere al vero, di dare alla via tenuta modificazione, che non l'apparteneva.

C A P. II.

Si distinguono i luoghi, le distanze dal zenit, e le altezze de' corpi celesti in vere, ideali, e apparenti; e s' insegna il modo di determinare le distanze apparenti dal zenit, e le altezze apparenti de' medesimi corpi.

DEFINIZIONE I.

11. Si chiama in generale *luogo* d' un corpo celeste il sito nella superficie della sfera mondana, al quale viene esso corpo riferito.

AVVERTIMENTO I.

12. Determinano gli Astronomi il luogo

80

D' ASTRONOMIA. 9

go d' un corpo celeste , con determinare nella superficie della sfera mundana il punto , al quale va riferito il centro dell' istesso corpo , o il corpo intero , nel caso che apparisce a guisa di punto lucido , come appariscono le stelle fisse . Onde in seguito per luogo d' un corpo celeste intenderemo sempre il punto della superficie della detta sfera , al quale il centro del corpo va riferito .

AVVERTIMENTO II.

13. Si noti in oltre che gli Astronomi in riferire i corpi celesti alla superficie della sfera mundana , li riferiscono alle periferie d'alcuni cerchi massimi dell' istessa sfera , per poter conoscere le distanze di essi corpi o dall' orizzonte , o dal zenit , o dall' equatore , o dal polo visibile , ec . . Or tali distanze , come archi , che misurano angoli fatti al centro della detta sfera , suppongono i corpi celesti riferiti alle periferie de' detti cerchi dal centro della sfera , e riferiti per le direzioni , nelle quali effettivamente si trovano . Intanto gli Astronomi guardano i detti corpi non dal detto centro , ma dalla superficie della terra , e li guardano coll' ajuto de' raggi di luce , che da essi corpi li pervengono , dopo corsi prima uno spazio libero , e poscia quel tratto dell' atmosfera terrestre , che sono costretti di correre , per giugnere sulla terra .
Conviene dunque
prima

prima d' ogni altra cosa esaminare quali alterazioni per sì fatte cagioni soffrono i corpi celesti relativamente agli luoghi di essi.

AVVERTIMENTO III.

Fig. 3. 14. Contraffegnino perciò LZME la sfera mondana, AF la terra, O il suo centro, HI l'atmosfera terrestre, o quella sua parte, dalla cui superficie incomincia ad avere densità sensibile, e conseguentemente incomincia la luce a refrangerfi, A il luogo dell' osservatore, Z il zenit dell' istesso luogo, ed S un corpo celeste. Pel centro di S s' intendano tirate dagli punti O, e A le rette OB, AG. Potendosi la terra prendere per sferica, per sferica si può prendere anche la sua atmosfera, e conseguentemente l' anzi detta sua parte. Onde tutt' i raggi di luce, procedenti dagli corpi celesti verso il centro O della terra, come procedenti per direzioni perpendicolari alla superficie refringente HI, debbono giugnere sulla superficie della terra AF senza soffrire refrazione alcuna. E perciò se la terra fosse corpo trasparente, e uno spettatore potesse dal suo centro O guardare il corpo S, il vedrebbe in B pel raggio diretto OS. Ma essendo lo spettatore in A, se il raggio di luce SA col cadere obliquamente sulla superficie refringente HI non soffrisse refrazione; tale spettatore
ve-

D' ASTRONOMIA. II

vedrebbe il centro di S pel raggio SA nel punto C , diverso da B . Si fatto raggio di luce però, a cagione della refrazione, non può giungere allo spettatore in A . Sia dunque il raggio SH , che andandosi da H continuamente refrangendo, a cagione del continuo crescere della densità dell'atmosfera dalla sua superficie fino alla superficie della terra, e refrangendo con avvicinarsi sempre all'asse della refrazione, giunga per una curva in A ; e sia di più AD la tangente di tale curva nel punto A . Lo spettatore in A , ricevendo il detto raggio di luce per la direzione della detta tangente, vedrà il centro di S , come se fosse nel punto D .

COROLLARIO.

15. Quindi il centro di S dal centro O della terra si vedrebbe in B ; dal punto A della superficie terrestre si vedrebbe in C se la luce non soffrisse refrazione; e dall'istesso punto A si vede, a cagione della detta refrazione effettivamente in D . E quindi è che il luogo d' un corpo celeste il distinguiamo in *luogo vero*, in *luogo ideale*, e in *luogo apparente*.

DEFINIZIONE II.

16. Diciamo d' un corpo celeste *luogo vero*

vero il punto della superficie della sfera mondana, dove si vedrebbe il centro di tale corpo dal centro della terra: *luogo ideale* quel punto dell'istessa superficie, in cui il centro del corpo si vedrebbe dalla superficie della terra, se la luce non si refrangeffe nell'atmosfera terrestre: e *luogo apparente* finalmente quel punto della medesima superficie, in cui il centro dell'istesso corpo si vede effettivamente dalla medesima superficie della terra.

COROLLARIO I.

17. Quindi del corpo S , guardato dal punto A della superficie terrestre, il luogo vero è il punto B , il luogo ideale è il punto C , e'l luogo apparente è il punto D .

AVVERTIMENTO.

18. S'intenda effere ZBE il verticale di A , che procede pel centro di S ; e s'intenda altresì tirata relativamente al punto A la verticale OZ . Effendo OA , AS nel piano del verticale ZBE , ed effendo OS nel piano del triangolo OAS (§ 47 della *Geo. sol.*); farà anche OS nel piano del verticale ZBE . E perciò nella periferia dell'istesso verticale ZBE sono del corpo S il luogo vero B , e'l luogo ideale C , supposto lo
spet-

spettatore in A . Di più essendo sempre il raggio incidente, il raggio refratto, e l'asse della refrazione in un istesso piano (§ 3); se SH non fosse nel piano verticale ZBE , procedendo tale raggio di luce refrangendosi nell'atmosfera, procederebbe fuori di tale verticale, e non giugnerebbe per conseguenza allo spettatore in A . Sicchè il raggio incidente SH , per giugnere refratto in A , deve essere nel piano del verticale ZBE ; e perciò nel medesimo piano deve essere il suo refratto, e conseguentemente la retta AD , tangente in A della curva, che l'istesso raggio refratto descrive da H in A . Onde anche il luogo apparente D del corpo S relativamente al punto A è nella periferia del verticale ZBE .

COROLLARIO II.

19. Per la qual cosa, se uno spettatore terrestre guarda un corpo celeste, nella periferia del cerchio verticale, che passa pel centro di tale corpo celeste, si trovano insieme il luogo vero di sì fatto corpo celeste, il luogo ideale, e 'l luogo apparente; e si trovano sempre del luogo vero il luogo ideale alquanto più basso, e 'l luogo apparente alquanto più alto dell'ideale. Quindi derivano le distinzioni delle altezze, e delle distanze dal zenit de' corpi celesti in *vere*, *ideali*, e *apparenti*.

DE.

DEFINIZIONE III.

20. Si diranno d'un corpo celeste *altezza vera, altezza ideale, e altezza apparente* l'altezza del luogo vero, del luogo ideale, e del luogo apparente dell'istesso corpo. Similmente d'un corpo celeste si diranno *distanza dal zenit vera, ideale, e apparente* la distanza dal zenit del luogo vero, del luogo ideale, e del luogo apparente del medesimo corpo.

COROLLARIO.

21. Quindi, tirato relativamente al punto A l'orizzonte razionale LM, dinoteranno relativamente all'istesso punto A del corpo S l'altezza vera LB, l'ideale LC, e l'apparente LD; come altresì la distanza dal zenit vera BZ, ideale CZ, e apparente DZ.

AVVERTIMENTO.

22. Gli Astronomi misurano le distanze apparenti dal zenit de' corpi celesti, e conseguentemente le altezze apparenti di essi coll'ajuto dello strumento, detto *Quadrante astronomico*, per la forma, che ha, di quadrante di cerchio. La Fig. 4 rappresenta tale strumento senza il suo piede, su cui va
mos.

D' ASTRONOMIA. 15

mosso per tutte le direzioni , secondo le quali occorre doverlo muovere ; e la Fig. 5 il rappresenta adattato sul piede. Compongono il quadrante astronomico 1° un'ossatura fatta con verghe massicce di ferro , per sostegno d'ogni cosa ; 2° la lastra d'ottone AB in forma d'arco circolare , situata secondo la direzione dell'arco del quadrante circolare , che ha per centro il punto O , e per raggio OA , dell'estensione poco più del detto arco , e divisa in gradi , e minuti nella lunghezza dell'istesso detto arco ; 3° il cannocchiale CD , adattato al lato OD dello strumento , per poter vedere mediante il suo ajuto con chiarezza , e distinzione i corpi celesti ; 4° finalmente il sottile filo OP , pendente liberamente dal detto centro O , e con un picciolo peso P nell'estremo inferiore , per poter dinotare nella detta lastra i gradi , e minuti , che apparterranno alle distanze dal zenit , e altezze de'corpi celesti , che occorrerà misurare . S'avverta però che tale filo , acciò non sia agitato dal vento , va inserito in un canale d'ottone , liberamente pure pendente , e aperto solamente in corrispondenza della detta lastra , come si può vedere nella Fig. 5 . Premesse intanto tali cose , veggiamo ora come si misurano col detto strumento le distanze , e altezze apparenti de' corpi celesti . Perciò soggiungiamo il seguente

PRO.

23. Misurare coll' ajuto del quadrante astronomico la distanza apparente dal zenit ; e l' altezza apparente di qualsivisia corpo celeste in qualunque momento della sua dimora sull' orizzonte .

S O L U Z I O N E .

1. Si metta lo strumento nel luogo dell' osservazione col cannocchiale a un di presso diretto al corpo celeste , di cui si vuole determinare l' altezza apparente .

2. Con muovere or l' una , or l' altra delle viti , che sono a tal uopo negli estremi delle aste del piede , si disponga lo strumento in modo , che la faccia anteriore del quadrante sia in sito esattamente verticale ; il che si conosce per mezzo del filo liberamente pendente dal centro dell' istesso quadrante , che deve in tale situazione dello strumento non appoggiare alla lastra graduata , nè starne distante , ma toccarla leggermente .

3. Si muova finalmente il quadrante sul suo piede , girandolo ora a destra , ora a sinistra , ora verso su , e ora verso giù , finchè il centro del corpo celeste apparisca nell' intersecazione de' due fili , che si veggono nel cannocchiale del quadrante , posti nel suo-

fuoco dell'obbiettivo, a guisa uno di diametro orizzontale, e l'altro di diametro verticale.

Dico che i gradi, e minuti dell' arco del quadrante, che si trovano tramezzare tra 'l filo pendente, e l' estremo della graduazione contiguo al cannocchiale, danno i gradi, e minuti della distanza apparente del corpo celeste dal zenit; e che i gradi, e minuti dell' arco rimanente del quadrante danno i gradi, e minuti dell' altezza apparente dell' istesso corpo.

DIMOSTRAZIONE.

Abbia il quadrante AOB la situazione, *Fig. 4.* che dimostra la *Fig. 4.*, qualora s' osserva il centro d' un corpo celeste nell' intersecazione de' detti fili del cannocchiale; e s' intendano essere ZH un arco del verticale, che passa pel luogo dell' osservatore, e pel centro del corpo celeste, CE l' asse del cannocchiale prolungato in E, nella cui direzione s' osserva il centro del detto corpo, e OZ la direzione del filo PO prolungata in Z. Saranno Z il zenit dell' osservatore, E il luogo apparente del corpo celeste, ed EZ la distanza apparente dal zenit dell' istesso corpo. Essendo il raggio della terra un nulla per rispetto di quello della sfera mundana; si potrà senza sensibile errore prendere O per centro del verticale ZH: Onde la distanza

Tom. II.

B

ap

apparente dal zenit EZ del corpo celeste è di tanti gradi, e minuti, quanti ne dinota l'angolo EOZ, ovvero l'angolo POB, o pure l'arco del quadrante PB; e conseguentemente l'altezza apparente dell'istesso corpo è di tanti gradi, e minuti, quanti ne dinota il restante arco AP del quadrante. Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

AVVERTIMENTO I.

24. Determinandosi col quadrante astronomico le altezze apparenti de' corpi celesti, e non le vere; resta da insegnare in che modo si debbono determinare le altezze vere, che sono quelle, che abbisognano. Si supponga quanto s'è supposto ne' §§ 14, 18, 21. Già è noto essere del corpo celeste S, guardato dal punto A della superficie terrestre, B il luogo vero, C il luogo ideale, e D il luogo apparente. Or se, determinata l'altezza apparente LD, se ne toglie da essa l'archetto CD, ch'è l'alterazione prodotta all'altezza ideale dalla refrazione della luce, o di quanto la detta refrazione fa apparire più alto il corpo S di quello, che apparirebbe, se la luce non soffrisse refrazione; e all'altezza restante LC, o sia all'altezza ideale s'aggiugne l'archetto CB, ch'è l'altra alterazione, che riceve l'altezza vera dal guardare il corpo dalla superficie, e non dal

Fig. 3

dal centro della terra , ovvero di quanto l' altezza vera eccede la ideale ; la somma dà l' altezza vera LB . Quindi gli Astronomi , per avere le altezze vere de' corpi ne' bisogni , giacchè col quadrante astronomico non si possono determinare , se non le apparenti , sono stati nella necessità di cercare a tutt' i diversi gradi di altezze apparenti le alterazioni corrispondenti , cioè tanto quelle , che procedono dalla refrazione della luce , quanto le altre , che procedono dall' osservare i corpi dalla superficie , e non già dal centro della terra , e di costruire di sì fatte alterazioni delle tavole , acciò si possano avere sempre pronte al bisogno . I modi intanto di costruire sì fatte tavole s' insegneranno in seguita ne' luoghi opportuni . Ci contenteremo solamente per ora ne' seguenti quattro capi di esporre i principj teoretici , che ci dovranno guidare in costruire sì fatte tavole .

AVVERTIMENTO II.

25. Si noti pure che se si tratta di dover determinare d' un corpo celeste non l' altezza vera , ma la distanza vera dal zenit ; in tale caso alla distanza apparente dal zenit , determinata col quadrante astronomico , conviene aggiugnere l' alterazione corrispondente , che deriva dalla refrazione della luce , e sottrarne dalla somma l' altra alterazione.

B 2

razio-

razione, che deriva dal guardare il corpo dalla superficie, e non dal centro della terra

A V V E R T I M E N T O III.

26. Si noti finalmente che in mare, per uso della navigazione, le altezze apparenti de' corpi celesti si determinano da qualche tempo coll'ajuto d'un altro strumento, detto l'Ottante di Adley. Tale strumento è affai diverso dal quadrante astronomico; perchè, dovendosi in mare tenere in mano, s'è dovuto rendere affai maneggevole. Onde s'è costruito in modo, che i mezzi gradi di esso corrispondano agli gradi celesti; il che s'è ottenuto coll'ingegnosa combinazione di piccioli specchi, li quali fanno apparire l'oggetto, che s'osserva a qualunque altezza, sempre nell'orizzonte.

CAP.

C A P. III.

Della teorica della Parallasse de' corpi celesti , dove si sviluppano tutt' i principj teorici per costruire le Tavole delle alterazioni , che soffrono le altezze de' detti corpi con guardarli dalla superficie , e non dal centro della terra .

DEFINIZIONE.

27. Si chiama *parallasse* d' un corpo celeste la differenza del suo luogo ideale dal vero .

COROLLARIO I.

28. Quindi relativamente al punto A Fig. 3. della superficie della terra AF , e nel tempo , in cui il corpo celeste S si trova col suo centro in S , la parallasse di S è l' arco BC del verticale di A , procedente pel centro dell' istesso corpo S , il quale arco tramazza tra'l luogo ideale C , e'l luogo vero B.

B 3

CO

COROLLARIO II.

29. S'intenda per O menata OP parallela ad AC . Sarà l'arco PC d'insensibile grandezza per rispetto della periferia ZBE ; onde senza sensibile errore si può prendere l'arco $BC = BP$. Ma BP misura l'angolo BOP , e conseguentemente il suo uguale ASO . Dunque anche BC è misura dell'angolo ASO . Quindi è che relativamente al punto A l'angolo ASO si chiama pure la parallasse del corpo S nel tempo, in cui col suo centro si trova in S .

COROLLARIO III.

30. Essendo ASO l'angolo, sotto cui uno spettatore vedrebbe da S la grandezza del raggio terrestre OA . Dunque la parallasse di qualsivoglia corpo celeste S relativamente a qualunque punto A della superficie della terra, e nel tempo, in cui tale corpo è col suo centro in S , è uguale all'angolo, sotto cui uno spettatore nel tempo istesso vedrebbe la grandezza del raggio terrestre OA dal centro del medesimo corpo celeste.

COROLLARIO IV.

31. In oltre $SO : OA = \text{sen. } SAZ : \text{sen. } ASO$. Dunque se AO non ha grandezza

za

za sensibile per rispetto di OS, anche *sen.* ASO non ha grandezza sensibile per rispetto di *sen.* SAZ, e conseguentemente la parallasse ASO diviene insensibile. Or è già noto essere AO di grandezza insensibile per rispetto di OS, se S è una stella fissa. Sicchè le stelle fisse non hanno parallasse sensibile; e perciò si vedrebbero dalla superficie della terra ne' luoghi veri di esse, se la luce nell'atmosfera terrestre non soffrisse refrazione.

COROLLARIO V.

32. Se poi il raggio terrestre AO ha ragione sensibile alla distanza OS del corpo celeste dal centro della terra; in tale caso ha anche *sen.* ASO ragione sensibile a *sen.* SAZ, e conseguentemente la parallasse ASO del corpo S è sensibile. Per la qual cosa hanno parallassi sensibili solamente que'corpi celesti, alle distanze dal centro della terra de' quali il raggio terrestre ha ragioni sensibili, e ragioni sensibili tali da poterne risultare angoli di qualche sensibile misura.

AVVERTIMENTO I.

33. A suo luogo si vedrà che hanno parallassi sensibili solamente la Luna, il Sole, Mercurio, Venere, Marte, e le Comete; qualora però queste, negl'immensi giri di esse

se avvicinandosi al Sole , giungono alle regioni de' tre detti ultimi pianeti . La parallasse intanto in ognuno de' detti corpi , non facendo mutare verticale (§ 19) , non fa neppure mutare azzimutto ; ma fa apparire le altezze minori , e le distanze dal zenit maggiori delle vere ; e variando le altezze , varia anche le ascensioni rette , le declinazioni , le longitudini , e le latitudini . S'avverta però che dalla parallasse non riceve cambiamento alcuno nè l' ascensione retta ; qualora il verticale , in cui s'osserva il corpo , è il meridiano , nè la longitudine , qualora il detto verticale è il cerchio di latitudine .

AVVERTIMENTO II.

34. Si noti che potendosi prendere l'arco ZC senza errore sensibile per ZP, si potrà anche senza errore sensibile prendere l'arco ZC per misura dell'angolo ZOP , o del suo uguale ZAG . E perciò l'angolo ZAC dà relativamente al punto A la distanza ideale dal zenit del corpo S .

T E O R E M A I.

35. *Relativamente al raggio della terra OA, posto = r, si metta la distanza del corpo S dal centro dell' istessa terra, e sia SO = D; e si mettano relativamente al punto A la distanza*

D' ASTRONOMIA. 29

Stanza ideale dal zenit del corpo S, cioè l'angolo ZAC = A, e la parallasse, o sia l'an-

golo ASO = P. Dico essere $\text{sen. } P = \frac{1}{D} \times \text{sen. } A$.

DIMOSTRAZIONE.

Imperciochè

$$SO : OA = \text{sen. } ZAC : \text{sen. } ASO.$$

Dunque

$$D : 1 = \text{sen. } A : \text{sen. } P.$$

E perciò

$$\text{sen. } P = \frac{1}{D} \times \text{sen. } A.$$

Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO I.

36. Quindi, qualora la distanza D si conserva sensibilmente l'istessa, il che accade in ogni rivoluzione, il seno della parallasse varia a proporzione che varia il seno della distanza ideale dal zenit. Per la qual cosa se sarà $A = 90^\circ$, vale a dire se sarà il corpo celeste all'orizzonte sensibile; perchè $\text{sen. } A$ diventa il seno massimo, massimo è pure $\text{sen. } P$, e conseguentemente massima è la parallasse. Se poi sarà $A = 0$, vale a dire se il corpo S passerà pel zenit; perchè in tale caso si fa $\text{sen. } A = 0$, si fa pure

26 TRATTATO
 pure sen. $P = 0$, e la parallasse conseguentemente si fa nulla.

COROLLARIO II.

37. Sicchè in ogni rivoluzione diurna d'un corpo celeste, che ha parallasse sensibile, la parallasse nell'orizzonte sensibile, che in seguito chiameremo sempre *parallasse orizzontale*, è massima; e successivamente si va diminuendo da mano in mano, che la distanza ideale dal zenit del corpo celeste si va diminuendo; e non diviene nulla, se non nel caso, che il corpo giugne al zenit.

COROLLARIO III.

38. Essendo nel caso della parallasse orizzontale l'angolo $A = 90^\circ$; posto il seno massimo $= R$, farà $D : r = R : \text{paral. oriz.}$. Dunque delle tre grandezze, cioè della distanza del centro del corpo celeste dal centro della terra, del raggio terrestre, e della parallasse orizzontale d'un corpo celeste, datene due, si può sempre determinare la terza.

COROLLARIO IV.

39. Sieno di vantaggio la parallasse orizzontale di $S = P$, e la parallasse a qualunque altra distanza ideale A dal zenit $= P$.
 Essendo $D : r$

D' ASTRONOMIA: 27

$$D: I = R: \text{sen. } P$$

$$D: I = \text{sen. } A: \text{sen. } p.$$

Sarà

$$R: \text{sen. } A = \text{sen. } P: \text{sen. } p.$$

Onde

$$\text{sen. } p = \frac{I}{R} \times \text{sen. } A \times \text{sen. } P.$$

E perciò, date d' un corpo celeste la distanza ideale dal zenit, e la parallasse orizzontale, si ha con facilità la parallasse alla data distanza ideale dal zenit.

COROLLARIO V.

40. Essendo di più, posta la parallasse d' un corpo celeste a qualunque distanza A

ideale dal zenit = P, $\text{sen. } P = \frac{I}{D} \times \text{sen. } A$

A; saranno i seni delle parallasse in ragione composta dalla diretta di quella de' seni delle distanze ideali dal zenit, e dalla reciproca di quella delle distanze dal centro della terra. E perciò alle medesime distanze dal zenit l' istesso corpo, o corpi diversi, e a distanze diverse dal centro della terra sono i seni delle parallasse in ragione reciproca delle dette di-

stan-

stanze dal centro della terra . Per la qual cosa alle medesime distanze dal zenit il corpo più vicino alla terra ha parallasse maggiore , e 'l corpo più lontano ha parallasse minore .

AVVERTIMENTO .

41. A suo luogo si vedrà che la Luna è de' corpi celesti quello , che ha parallasse più grande ; e che la parallasse orizzontale , o sia massima della Luna non eccede un grado . Onde il seno della parallasse massima della Luna , e molto più d' ogni altra parallasse si può senza sensibile errore prendere per la lunghezza dell' arco dinotante l' istessa parallasse .

COROLLARIO VI.

42. Quindi essendo nel caso della parallasse orizzontale , posta = P ,

$$D : 1 = R : \text{sen. } P;$$

ed essendo il raggio di qualunque cerchio ridotto in gradi , e minuti = $57^{\circ} . 17' . 44'' . 48'''$; sarà

$$D : 1 = 57^{\circ} . 17' . 44'' : 48 : P .$$

Sicchè relativamente a ogni corpo celeste , che ha parallasse sensibile , è

$$D = \frac{1}{P} (57^{\circ} . 17' . 44'' . 48''') ,$$

e conseguentemente

$$P =$$

$$P = \frac{I}{D} (57^{\circ}. 17'. 44'' . 48''').$$

COROLLARIO VII.

43. Finalmente essendo relativamente a ogni altra distanza ideale A dal zenit , posta la parallasse = Q,

$$D : I = \text{sen. } A : \text{sen. } Q.$$

Posti i gradi, e minuti , a' quali si può ridurre *sen. A* = G; sarà

$$D : I = G : Q$$

Sicchè è ogni altra parallasse $Q = \frac{I}{D} \times G.$

CAP.

stanze dal centro della terra . Per la qual cosa alle medesime distanze dal zenit il corpo più vicino alla terra ha parallasse maggiore , e 'l corpo più lontano ha parallasse minore .

A V V E R T I M E N T O .

41. A suo luogo si vedrà che la Luna è de' corpi celesti quello , che ha parallasse più grande; e che la parallasse orizzontale, o sia massima della Luna non eccede un grado . Onde il seno della parallasse massima della Luna , e molto più d' ogni altra parallasse si può senza sensibile errore prendere per la lunghezza dell' arco dinotante l' istessa parallasse .

C O R O L L A R I O VI.

42. Quindi essendo nel caso della parallasse orizzontale, posta = P,

$$D : 1 = R : \text{sen. } P;$$

ed essendo il raggio di qualunque cerchio ridotto in gradi, e minuti = $57^{\circ} . 17' . 44'' . 48'''$; sarà

$$D : 1 = 57^{\circ} . 17' . 44'' : 48 : P .$$

Sicchè relativamente a ogni corpo celeste , che ha parallasse sensibile , è

$$D = \frac{1}{P} (57^{\circ} . 17' . 44'' . 48''') ,$$

e conseguentemente

$$P =$$

D'ASTRONOMIA 14
I
 $P = \frac{I}{D}$ (77. 27. 44. 42)

CONCERNENTE

42. ~~...~~
ogni ~~...~~
potrà ~~...~~
Pon ~~...~~
sunt ~~...~~
~~...~~

C A P. IV.

Della teorica della Refrazione astronomica, dove si sviluppano più principj teoretici per costruire le tavole delle alterazioni, che soffrono le altezze de' corpi celesti a cagione della refrazione della luce.

D E F I N I Z I O N E.

44. Chiamiamo *refrazione astronomica* d'un corpo celeste a qualunque sua altezza la differenza del suo luogo ideale, se ha parallasse, o del suo luogo vero, se non ne ha, dal suo luogo apparente.

C O R O L L A R I O.

Fig. 3. 45. Quindi relativamente al punto A della superficie della terra AF, e nel tempo, in cui il corpo celeste S si trova col suo centro in S, la refrazione di S è l'arco DC del verticale di A, procedente pel centro dell'istesso corpo S, il quale arco tramazza tra 'l luogo ideale C, e 'l luogo apparente D. AV-

AVVERTIMENTO I.

46. Sebbene la refrazione della luce non sia stata ignota agli antichi : nondimeno non troviamo d' averne essi fatto uso nell' Astronomia . Ticone fu il primo che incominciò a determinare le refrazioni astronomiche in modo da costruirne delle tavole : però tali determinazioni, fatte colle pure osservazioni, e senza il soccorso di teorica, corrisposero alla poca delicatezza degli strumenti ; la quale poca delicatezza degli strumenti rese anche insensibili tutte quelle refrazioni , che non giungono ad un minuto primo . Quindi non è meraviglia che Ticone sia caduto e nell' errore di credere diverse le refrazioni ad uguali altezze apparenti de' corpi diversi, e nell' errore di credere non aver luogo la refrazione oltre il gr. 45^{mo} relativamente al Sole , e oltre il gr. 20^{mo} relativamente alle stelle fisse ; errori , ne' quali similmente cadde il P. Ricciolo ; sebbene le refrazioni determinate da esso sieno state al quanto diverse dalle determinate dal detto Ticone .

AVVERTIMENTO II.

47. Il famoso Domenico Cassini fu il primo a conoscere che co' soli strumenti non era

era possibile poter determinare le refrazioni a tutte le altezze de' corpi celesti, ma che conveniva associarci ancora la teorica, e 'l calcolo. Con tal felice associazione venne egli a capo di costruire le sue tavole delle refrazioni, nelle quali, se non giunse all'ultima finezza, vi ci si avvicinò assai. Non giunse intanto all'ultima finezza, perchè nella teorica suppose la luce, refratta nella prima superficie refrattiva dell'atmosfera, procedere fino alla terra in linea retta, e non in linea curva; e con ciò lasciò agli altri il campo di poter raffinare le sue tavole delle refrazioni astronomiche, con considerate la luce procedere nell'atmosfera in linea curva, come realmente procede. Or noi, per niente tralasciare circa tale importante soggetto, svilupperemo i principj teoretici, che conducono alla costruzione delle dette tavole, in questo capo con supporre la luce procedere nell'atmosfera in linea retta, e ne' due capi seguenti con supporla procedere in linea curva.

T E O R E M A II.

Fig. 6. 48. *Contrassegnino AT la terra, A il luogo d'un osservatore, Z il zenit di tale luogo, IGB la superficie refringente dell'atmosfera, P un corpo celeste a qualunque distanza apparen-*

te dal zenit, e PB il raggio incidente, che, refratto in B , giugne in A per la direzione della retta BA . Dico che, prolungato il raggio incidente PB in E , la misura dell' angolo EBA della refrazione si può senza errore sensibile prendere come uguale alla refrazione astronomica, che compete al corpo P alla distanza apparente dal zenit ZAB .

DIMOSTRAZIONE.

S' intenda essere ZNC il verticale di A , che procede pel centro di P ; s' intenda tirata AP ; e s' intendano prolungate AP in C , e AB in D . Darà DC , e conseguentemente l' angolo DAC la refrazione astronomica del corpo P alla distanza apparente ZAB dal zenit. Or per la picciola altezza, che ha la superficie refringente IGB dell' atmosfera dalla superficie della terra in paragone della distanza dalla medesima superficie della terra, che ha ogni corpo celeste, si può nel triangolo ABP senza errore sensibile prendere l' angolo APB come insensibile per rispetto di BAP . Dunque la misura dell' angolo EBA della refrazione si può senza errore sensibile prendere come uguale alla misura dell' angolo BAP , e conseguentemente come uguale alla refrazione astronomica CD del corpo P alla distanza apparente ZAB dal zenit.

Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

Tom. II.

C

CO.

T R A T T A T O
C O R O L L A R I O I.

49. S'intenda per B tirato l'asse della refrazione OH; sarà OBA l'angolo refratto. Or $OB:OA = \text{sen. } ZAB: \text{sen. } ABO$. Sicchè varia il seno dell'angolo refratto a proporzione che varia il seno della distanza apparente ZAB dal zenit. E perciò l'angolo refratto è massimo, quando la detta distanza dal zenit è di gr. 90; si rende poi minore, e minore del massimo, come si va rendendo minore, e minore la detta distanza dal zenit; e non si fa nullo, se non quando si fa nulla la distanza dal zenit; vale a dire, se non quando il corpo celeste apparisce nel zenit.

C O R O L L A R I O II.

50. Avendo in oltre il seno dell'angolo refratto al seno dell'angolo d'inclinazione una ragione costante; anche l'angolo d'inclinazione sarà massimo, quando la distanza apparente del corpo celeste dal zenit sarà di gr. 90; si farà poi minore, e minore del massimo, come si farà minore, e minore la detta distanza dal zenit; e non diverrà nullo, se non quando si farà nulla l'istessa detta distanza dal zenit.

C O R O L L A R I O III.

51. Essendo finalmente l'angolo della re-
fra-

D' A S T R O N O M I A. 35

frazione tanto più picciolo, quanto più picciolo si rende l'angolo d' inclinazione [§ 5]. Dunque l'angolo della refrazione, e conseguentemente la refrazione astronomica di qualunque corpo celeste è massima, se la distanza apparente dal zenit del corpo celeste è di gr. 90 ; si rende poi minore, e minore della massima, come si va rendendo minore, e minore la detta distanza dal zenit; e finalmente non diventa nulla, se non si fa nulla la medesima detta distanza dal zenit.

P R O B L. III.

52. *Data relativamente al raggio terrestre, OA l'altezza AI della superficie refringente IGB dell'atmosfera sulla superficie della terra, e data la ragione costante, che deve avere il seno dell'angolo d'inclinazione al seno dell'angolo refratto per rispetto della luce, che passa obliquamente dallo spazio libero nell'atmosfera terrestre; determinare la refrazione astronomica di qualsivoglia corpo celeste P a qualunque distanza apparente ZAB dal zenit.*

S O L U Z I O N E .

I. Essendo data AI per rispetto di OA, farà data per rispetto di OA anche OI, o sia OB; onde data è pure la ragione di OB : OA. Ma $OB : OA = \text{sen. ZAB} :$
C 2 sen

sen. ABO . Dunque se in ordine ad OB ; OA , e al seno della distanza apparente ZAB dal zenit del corpo celeste si cerca il quarto proporzionale ; tale quarto proporzionale dà il seno dell'angolo refratto ABO ; in conseguenza del quale seno si determina l'angolo ABO .

2. Essendo in oltre data la ragione del seno dell'angolo refratto al seno dell'angolo d'inclinazione relativamente agli raggi di luce, che procedono dallo spazio libero nell'atmosfera terrestre ; se si trova in ordine agli due termini di tale ragione, e al seno dell'angolo ABO refratto il quarto proporzionale ; tale altro quarto proporzionale darà il seno dell'angolo d'inclinazione PBH, o sia EBO ; in conseguenza del quale seno s'avrà l'angolo EBO .

3. Finalmente se dall'angolo EBO, già determinato, si toglie l'altro ABO pure determinato, il residuo dà l'angolo EBA della refrazione, e conseguentemente la refrazione astronomica cercata .

Ch'è ciò, che bisognava determinare .

COROLLARIO .

53. Per determinare adunque del modo esposto le refrazioni astronomiche, fa mestieri determinare prima relativamente al raggio della terra l'altezza, che ha sulla superficie terrestre la prima superficie refringente dell'.

dell' atmosfera, e poscia la ragione del seno dell' angolo refratto al seno dell' angolo d' inclinazione de' raggi di luce , che passano obliquamente dallo spazio libero nell' atmosfera terrestre .

AVVERTIMENTO I.

54. Conoscendo il lodato Cassini di non poter ottenere le due dette determinazioni co' metodi diretti, cercò di ottenerle co' metodi indiretti a questo modo. I°. Determinò, secondo s' insegnerà a suo luogo , con pure osservazioni e la refrazione orizzontale d'una stella , cioè quella , che le compete , qualora la sua distanza apparente dal zenit è l'angolo retto ZAB, e la refrazione, che le compete, qualora la sua distanza apparente dal zenit è l'angolo ZAG di gr. 80; e trovò la prima di $32^{\text{I}}. 20^{\text{II}}$, e la seconda di $5^{\text{I}}. 28^{\text{II}}$. II°. Suppose AI di certa misura , ad arbitrio stabilita , e relativamente a tale misura determinò gli angoli refratti ABO , AGO ; e di più con aggiugnere all' angolo ABO , già determinato , la refrazione di $32^{\text{I}}. 20^{\text{II}}$, determinò l' angolo d' inclinazione OBE . III°. In ordine al seno dell'angolo refratto OBA , al seno dell'angolo d'inclinazione OBE , e al seno dell' angolo refratto OGA , calcolati tali angoli relativamente ad AI della misura stabilita , determinò il seno dell' angolo d'inclinazione OGF , e in consequen-

za di tale seno determinò l'angolo OGF ; dal quale angolo OGF , toltane la sua parte OGA , ne risultò l'angolo della refrazione AGF . Non risultando intanto l'angolo AGF di $5^{\circ} 28^{12}$, andò prendendo AI d'altra misura , e andò ripetendo i medesimi calcoli ; e tanto andò variando la misura di AI , finchè ne risultò l'angolo AGF di $5^{\circ} 28^{11}$. Or ciò accadde , quando , essendo il raggio terrestre di tese 3273600 , prese AI di tese 2000 . Ecco in che modo il Cassini determinò AI di tese 2000 . IV^o Determinata intanto AI di tese 2000 relativamente al raggio OA di tese 3273600 , determinò l'angolo refratto ABO di $87^{\circ} 59^{\circ} 50^{11}$; e , con aggiugnere a tale angolo la refrazione di $32^{\circ} 20^{11}$, determinò anche l'angolo d'inclinazione OBE di $88^{\circ} 32^{\circ} 10^{11}$. V^o Finalmente con determinare la ragione de' seni de' due angoli di $87^{\circ} 59^{\circ} 50^{11}$, e di $88^{\circ} 32^{\circ} 10^{11}$, determinò la ragione del seno dell'angolo refratto al seno dell'angolo d'inclinazione de' raggi di luce , che passano obliquamente dallo spazio libero nell'atmosfera terrestre . Ed ecco in che altro modo determinò sì fatta ragione .

AVVERTIMENTO II.

55. Coll'ajuto di sì fatte determinazioni calcolo il detto Cassini le tavole delle refra-

D' ASTRONOMIA. 39

refrazioni a tutt' i gradi di distanza dal zenit, incominciando dal grado 1, e terminando nel gr. 90. Non deve però recar meraviglia, se non si sia trovata tale tavola esattamente concorde colle osservazioni, essendosi supposto nella costruzione di essa la luce procedere nell' atmosfera in linea retta, ed essere l' altezza AI di costante misura; le quali cose non sono in rigore vere. E' da sapere intanto che Cassini figlio rettificò alquanto sì fatta tavola, e la rese più concorde colle osservazioni, con supporre la luce procedere nell' atmosfera in arco circolare, di cui sieno tangenti il raggio incidente in un estremo, e' l raggio refratto in giugnere all' occhio nell' altro estremo; e che dimostrò nel tempo istesso poca differenza risultare nelle refrazioni, se si suppone la detta curva non essere arco circolare, ma parabolico. Maggiore rettificazione hanno ricevute in seguito le refrazioni astronomiche, e di tale rettificazione ne svilupperemo i principj teoretici nel seguente capo.

AVVERTIMENTO III.

56. Prima di procedere innanzi sta bene d' avvertire 1^o. che a un raggio incidente di luce, o proceda da distanza maggiore, o da distanza minore, li corrisponde sempre l' istesso raggio refratto, e che conseguentemente a una distanza apparente dal zenit

C 4

d' un

d'un corpo celeste li corrisponde sempre l'istessa refrazione, o che il corpo sia più vicino alla terra, o più remoto; 2°. che la refrazione d'un corpo celeste è sempre grandezza picciola per rispetto della distanza apparente del medesimo corpo dal zenit. Posto ciò, venghiamo ora al seguente

C A P. V.

In cui si sviluppano altri principj teorici relativamente alle refrazioni astronomiche, supposta la luce procedere nell'atmosfera terrestre in linea curva.

DEFINIZIONE.

57. Chiamiamo *forza refringente* quella, che fa che la luce in passare da un mezzo in un altro di diversa densità si refranga.

COROLLARIO I.

58. Refrangendosi la luce in passare da un mezzo in un altro di diversa densità, qualora vi cade obliquamente sulla superficie refringente, e non già quando vi cade per-

perpendicolarmente. Dunque la forza refringente fa azione sulla luce secondo la direzione dell'asse della refrazione, cioè per direzione perpendicolare alla superficie refringente, e non per direzione obliqua.

AVVERTIMENTO I.

59. Contraffegnino AQ la superficie della terra, O il suo centro, EM la prima superficie refringente dell'atmosfera, ed EDA la curva, che descrive nell'atmosfera il raggio di luce coll'andarli successivamente refrangendo da E fino ad A, e raggio procedente per la retta SE prima della refrazione dal corpo celeste S. S'intenda l'atmosfera da EM fino a QA divisa in infiniti strati sferici, di grossezza infinitamente picciola ognuno. Si potrà senza sensibile errore considerare il raggio refratto mosso in ciascuno di sì fatti strati come in un mezzo uniforme. Onde, supposto essere DN, CR, BT le superficie sferiche, che separano tali strati l'uno dall'altro, le parti ED, DC, CB, BA della detta curva si possono prendere per le lineette rette, dalle quali si può considerare composta sì fatta curva; e'l raggio refratto si può considerare come obbligato dalla forza refringente a mutare direzione successivamente ne' punti E, D, C, B.

Fig. 7

CO.

COROLLARIO II.

60. S'è già dimostrato che la forza refringente fa sempre azione sulle parti della luce secondo la direzione dell'asse della refrazione. Dunque, essendo le rette OE, OD, OC, OB gli assi delle refrazioni ne' punti E, D, C, B, l'azione della forza refringente su d'un raggio di luce, che procede refrangendosi nell'atmosfera terrestre, è sempre diretta al centro della terra.

COROLLARIO III.

61. In oltre è dimostrato nella dottrina delle forze centrali che, se in un corpo, che descrive una curva, la forza, che replica in ogni momento la sua azione, ve la replica sempre per direzione tendente a un'istesso centro, le velocità di tale corpo ne' diversi punti della curva sono tra esse in ragione reciproca delle perpendicolari calate dal detto centro sulle tangenti della curva ne' medesimi punti. E perciò la velocità della luce in E, colla quale incomincia a descrivere la curva EDCBA, sta a quella, colla quale giugne all'occhio dello spettatore in A, come la perpendicolare calata da O sulla tangente della detta curva in A, alla perpendicolare calata dall'istesso punto O sulla tangente della medesima curva in E.

AV.

AVVERTIMENTO II.

62. Si noti che della curva ABCDE, siccome la tangente in A è l'elemento AB prolungato, così la tangente in E è il raggio incidente SE prolungato; perchè andando l'atmosfera dalla superficie della terra fino al suo estremo superiore sempre diminuendosi in densità, deve la refrazione della luce incominciare in essa insensibilmente, e andare per gradi infinitamente piccioli crescendo fino alla superficie della terra. E perciò deve il raggio incidente istesso esser tangente della curva, che descrive il suo refratto, nel principio dell'istessa curva.

COROLLARIO IV.

63. S'intendano prolungati AB in P, SE in F, ED in G, DC in H, e CB in I; sarà l'angolo PFE = FEG + FGE, FGE = GDH + GHD, GHD = HCB + HBC = HCB + IBA. Dunque l'angolo PFE = FED + GDC + HCB + IBA, cioè uguale alla somma di tutti gli angoli delle refrazioni, che soffre il raggio della luce in descrivere nell'atmosfera la curva EDA. E perciò l'angolo PFE, che formano le rette tangenti la detta curva negli suoi estremi, uguaglia la refra-

44 T R A T T A T O
refrazione astronomica del corpo celeste S,
guardato da A.

COROLLARIO V.

64. S'intendano prolungati il raggio terrestre OA in Z, e 'l raggio incidente SE della luce in K. Saranno Z il zenit di A, ZAP la distanza apparente dal zenit del corpo S, guardato da A, e KFA uguale alla refrazione astronomica del medesimo corpo relativamente all'istessa detta distanza apparente dal zenit. Or la refrazione, come costa dalle determinate dal Cassini colle pure osservazioni, è sempre assai picciola per rispetto della distanza apparente dell'oggetto dal zenit. Dunque l'angolo KFA è sempre assai picciolo per rispetto di KAF, e conseguentemente KA assai picciola per rispetto del raggio terrestre. Quindi, tirata per A la retta AV parallela a KS, si può senza sensibile errore prendere V pel luogo ideale del corpo S, e conseguentemente l'angolo ZAV, o 'l suo uguale ZKS per la distanza ideale dal zenit del corpo S.

COROLLARIO VI.

65. Effendo in oltre la refrazione massima poco più di mezzo grado, come costa dalle determinazioni del Cassini; le due tangenti EK, PA anche nel caso della re-
fra-

differenza di $\frac{1 + b}{1 + c}$, o sia di m dall'

unità . E perciò , essendo *sen.* OEY = $m \times \text{sen. } a$, avrà il seno dell'angolo d'inclinazione OEY picciola differenza dal seno della distanza apparente dal zenit , o sia dell'angolo OAX , ovvero ZAP.

COROLLARIO IX.

68. Si mettano di più l'angolo AOE = x , e l'angolo AFK , o sia la refrazione astronomica = r . Essendo all'angolo ZKE uguale sì la somma degli due KEO, KOE, che la somma degli altri due KAF, KFA; farà la somma degli angoli KEO , KOE uguale alla somma degli angoli KAF , KFA. E perciò $\text{KEO} + x = a + r$; onde $\text{KEO} = a - (x - r)$, e conseguentemente *sen.* KEO = *sen.* $(a - (x - r))$, ovvero $m \times \text{sen. } a = \text{sen.}(a - (x - r))$.

Per la qual cosa , differendo m di poco dall'unità , farà $x - r$ grandezza picciola per rispetto di a , o sia dell'angolo PAZ , distanza apparente dal zenit del corpo celeste.

COROLLARIO X.

69. Si metta finalmente $x : r = n + 1 : 1$; fa-

1; farà $x = nr + r$, e $x - r = nr$. Sicchè la formola $m \times \text{sen. } a = \text{sen. } (a - (x - r))$ si riduce alla seguente $m \times \text{sen. } a = \text{sen. } (a - nr)$; nella quale formola è nr grandezza picciola per rispetto di a .

AVVERTIMENTO III.

70. Prima di procedere innanzi sta bene avvertire che all' istessa distanza apparente ZAP dal zenit del corpo celeste può corrispondere varia refrazione astronomica KFA, secondochè si varia la ragione delle perpendicolari calate da O sulle tangenti EY, AX, e conseguentemente secondochè si varia la ragione delle velocità della luce ne' punti A, ed E. Or tale ragione non può variarsi a cagione della velocità della luce in E, ch'è sempre costante; perchè sempre la luce incomincia a refrangerfi da quel sito dell' atmosfera, dove incontra quel determinato grado di densità d'aria, che incomincia a piegarla. Sicchè si varia per la variabilità della velocità della luce in A, a cagione della variabilità della densità dell' aria nel medesimo luogo. Per la qual cosa la refrazione astronomica alla medesima distanza apparente dal zenit è soggetta a qualche alterazione, sebbene picciola, a cagione dell' alterazione dell' atmosfera nel luogo dell'

dell'osservazione. Premesse tali cose, ven-
ghiamo al

P R O B L. IV.

71. Ricavare dalla formola $m \times \text{sen. } a$
 $= \text{sen. } (a - nr)$ quelle, per le quali si de-
terminano a un di presso i valori di m , e n .

S O L U Z I O N E.

Essendo

$$m \times \text{sen. } a = \text{sen. } (a - nr)$$

$$\text{sen. } (a - nr) =$$

$$\text{sen. } a \times \text{cos. } nr - \text{sen. } nr \times \text{cos. } a;$$

farà

$$m \times \text{sen. } a =$$

$$\text{sen. } a \times \text{cos. } nr - \text{sen. } nr \times \text{cos. } a.$$

Onde

$$m = \text{cos. } nr - \text{sen. } nr \times \frac{\text{cos. } a}{\text{sen. } a},$$

ovvero

$$m = \text{cos. } nr - \text{sen. } nr \times \text{cotan. } a.$$

Contraffegnando nr un arco piccolo, si può
senza sensibile errore mettere nr in vece di
 $\text{sen. } nr$; e conseguentemente, essendo $\text{cos. } nr$

$$= \sqrt{1 - (\text{sen. } nr)^2}, \text{ farà a un di pres-}$$

so

so $\cos. nr = \sqrt{1 - n^2 r^2} = 1 - \frac{1}{2} n^2 r^2$.

Sicchè l'equazione $m = \cos. nr - \text{sen. nr} \times \cotan. a$ si può trasformare nella seguente

$$m = 1 - \frac{1}{2} n^2 r^2 - nr \times \cotan. a.$$

Si supponga un'altra distanza apparente dal zenit del corpo celeste = A, e la refrazione astronomica corrispondente = R; s'avrà

$$m = 1 - \frac{1}{2} n^2 R^2 - n R \times \cotan. A.$$

Sicchè

$$\frac{1}{2} n^2 R^2 + n R \times \cotan. A = \frac{1}{2} n^2 r^2 + nr \times \cotan. a;$$

e perciò

$$n R^2 - nr^2 = 2r \times \cotan. a - 2 R \times \cotan. A,$$

ed

$$n = \frac{2r \times \cotan. a - 2 R \times \cotan. A}{R^2 - r^2}.$$

Per la qual cosa le due formole cercate sono

$$n = \frac{2r \times \cotan. a - 2 R \times \cotan. A}{R^2 - r^2},$$

$$m = 1 - \frac{1}{2} n^2 R^2 - n R \times \cotan. A.$$

Ch'è ciò, che bisognava determinare.

COROLLARIO I.

72. Si supponga la distanza apparente A dal zenit di gr. 90, e conseguentemente R essere la refrazione orizzontale, o sia la refrazione massima. Perchè in tal caso è co-

Tom. II.

D

tan.

tan. $A = 0$, faranno pure in tal caso
 $2r \times \cotan. a$

$$n = \frac{2r \times \cotan. a}{R^2 - r^2}$$

$$m = 1 - \frac{1}{2} n^2 R^2 = \cos. n R.$$

AVVERTIMENTO I.

73. Si noti che il famoso Simpson colle pure osservazioni del modo, che a suo luogo s' insegnerà, ha determinato essere la refrazione orizzontale di 33^1 , e la refrazione a gr. 60 dal zenit di $1^1. 30^{11} \frac{1}{2}$.

COROLLARIO II.

74. Sicchè secondo Simpson sono $R = 33^1$, $r = 1^1. 30^{11} \frac{1}{2}$, e $a = 60^0$. Riducendo tali refrazioni in minuti secondi, e sì fatti minuti secondi in parti della periferia, supposto il raggio = 1, faranno a un di presso $r = 0.000438$, e $R = 0.009599$; e conseguentemente $2r = 0.000876$, e $R^2 - r^2 = 0.000091948957$. E di più $\cotan. a = 0.5773503$. Dunque $2r \times \cotan. a = 0.0005057588628$. Per la qual cosa secondo Simpson è $n =$

$$\frac{2r \times \cotan. a}{R^2 - r^2} = 5.5 = 5 \frac{1}{2}, \text{ e con-}$$

seguentemente $m^2 = \cos. n R = \cos. (3^0. 1^1. 30^{11}) = 0.99861$.

AV.

AVVERTIMENTO II.

75. Si noti pure che secondo le determinazioni del celebre Bradley sono $R = 33^{\circ}$, $r = 1^{\circ} . 38^{11} \frac{2}{3}$, e $a = 60^{\circ}$; secondo le determinazioni del Caffini sono $R = 32^{\circ} . 20^{11}$, $r = 5^{\circ} . 24^{11}$, e $a = 80^{\circ}$; e secondo le determinazioni del famoso Bouguer, fatte sotto la zona torrida a livello del mare, sono $R = 27^{\circ}$, $r = 5^{\circ} . 30^{11}$, e $a = 83^{\circ}$.

COROLLARIO III.

76. Dunque sono secondo Bradley $n = 6$, e $m = \text{cof.} (3^{\circ} . 18^{\circ}) = 0.99834$; secondo Caffini $n = 6.452$, e $m = \text{cof.} (3^{\circ} . 28^{\circ} . 37^{11}) = 0.99815$; e secondo Bouguer $n = 6.524$, e $m = \text{cof.} (2^{\circ} . 56^{\circ} . 8^{11}) = 0.99866$.

AVVERTIMENTO III.

77. Non facciamo uso delle refrazioni determinate dal celebre de la Caille; perchè le refrazioni determinate da sì insigne Astronomo sono riuscite, per qualche leggiero difetto dello strumento adoperato, alquanto maggiori delle vere, e conseguentemente non atte a dimostrarci ne' valori di m , e n un consenso co' valori già determinati.

D 2

CO.

COROLLARIO IV.

78. Essendo finalmente $x : r = n + 1$;
 1; farà secondo Simpson $x = 6 \frac{1}{2} r$, cioè
 $x = 3^{\circ} . 34^1 . 30^{11}$ nel caso della refrazione
 orizzontale, e $x = 9^1 . 48^{11} \frac{1}{4}$ nel ca-
 so della refrazione alla distanza dal zenit
 di gr. 60. Secondo Bradley farà $x =$
 $7r$, cioè $x = 3^{\circ} . 51^1$ nel caso della re-
 frazione orizzontale, e $x = 11^1 . 28^{11} \frac{1}{4}$
 nel caso della refrazione alla distanza dal
 zenit di gr. 60. Secondo Cassini farà $x =$
 $7 . 452 \times r$, cioè $x = 4^{\circ} . 0^1 . 56^{11}$ nel
 caso della refrazione orizzontale, e $x =$
 $40^1 . 14^{11}$ nel caso della refrazione alla di-
 stanza dal zenit di gr. 80. E finalmente
 secondo Bouguer farà sotto l' equatore a li-
 vello del mare $x = [7 . 524] r$, cioè x
 $= 3^{\circ} . 23^1 . 8^{11}$ nel caso della refrazione
 orizzontale, e $x = 4^1 . 22^{11}$ nel caso
 della refrazione alla distanza dal zenit di
 gr. 83.

TEOREMA III.

79. *Le refrazioni astronomiche a distanze
 apparenti dal zenit, supposta secondo Bradley
 $n = 6$, sono tra esse nella ragione delle tan-
 genti delle istesse dette distanze, diminuite del
 triplo delle medesime refrazioni.*

DI-

DIMOSTRAZIONE.

Contrassegnino A , e a due distanze apparenti qualunque dal zenit d'un corpo celeste, ed R , e r le refrazioni astronomiche corrispondenti; e sieno di più m , e n de' valori già determinati; saranno pel § 69

$$\begin{aligned} 1 : m &= \text{sen. } a : \text{sen. } (a - nr), \\ 1 : m &= \text{sen. } A : \text{sen. } (A - nR), \end{aligned}$$

Or essendo

$$1 : m = \text{sen. } a : \text{sen. } (a - nr);$$

farà

$1+m : 1-m = \text{sen. } a + \text{sen. } (a - nr) : \text{sen. } a - \text{sen. } (a - nr)$. Ma la somma de' seni di due angoli sta alla differenza de' medesimi seni, come la tangente della metà della somma di tali angoli alla tangente della metà della differenza degli stessi angoli. Dunque $\text{sen. } a + \text{sen. } (a - nr) : \text{sen. } a - \text{sen. } (a - nr) = \text{tang. } (a - \frac{1}{2} nr) : \text{tang. } \frac{1}{2} nr$.

E perciò

$$1+m : 1-m = \text{tang. } (a - \frac{1}{2} nr) : \text{tang. } \frac{1}{2} nr.$$

D 3

Simile

Similmente farà

$$1+m : 1-m = \text{tang. } (A - \frac{1}{2} n R) : \text{tang. } \frac{1}{2} n R.$$

Onde

$$\text{tang. } \frac{1}{2} n R : \text{tang. } \frac{1}{2} nr = \text{tang. } (A - \frac{1}{2} n R) : \text{tang. } (a - \frac{1}{2} nr),$$

ovvero

tang. $3 R : \text{tang. } 3 r = \text{tang. } (A - 3 R) : \text{tang. } [a - 3 r]$; e potendosi il triplo di qualunque refrazione astronomica, anche che sia l'orizzontale, prendere senza errore sensibile per la sua tangente, farà

$$3 R : 3 r = \text{tang. } (A - 3 R) : \text{tang. } (a - 3 r).$$

e conseguentemente

$$R : r = \text{tang. } (A - 3 R) : \text{tang. } (a - 3 r).$$

Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO.

80. Potendosi relativamente alle altezze, nelle quali le refrazioni astronomiche non giungono a un minuto primo, e conseguentemente sono assai picciole per rispetto delle di-

distanze apparenti del corpo celeste dal zenit, prendere senza errore sensibile $\text{tang. } (A - 3R) : \text{tang. } (a - 3r) = \text{tang. } A : \text{tang. } a$; si potrà anche relativamente alle medesime altezze prendere $R : r = \text{tang. } A : \text{tang. } a$. Sicchè relativamente alle dette altezze si possono senza errore sensibile prendere le refrazioni astronomiche proporzionali alle tangenti delle semplici distanze apparenti del corpo celeste dal zenit.

AVVERTIMENTO I.

81. Sebbene, determinata a una distanza apparente qualunque A dal zenit la refrazione astronomica R , non si possa in vigore del teorema già dimostrato immediatamente determinare la refrazione astronomica a qualunque altra distanza apparente a dal zenit: si può però farne la determinazione con false posizioni a questo modo. Si supponga ad arbitrio la refrazione alla distanza apparente a dal zenit essere $= r$, e si cerchi in ordine a $\text{tang. } [A - 3R]$, a $\text{tang. } (a - 3r)$, e ad R il quarto proporzionale; se il quarto proporzionale dà r , la supposta refrazione r è allora la refrazione cercata; altrimenti si muti supposizione, e si ripeta l'istesso calcolo; e tante volte ciò si faccia, finchè s'abbia per quarto proporzionale la refrazione da determinare. Ecco in che mo-

do si possono calcolare le refrazioni astronomiche corrispondenti a tutte le distanze apparenti dal zenit in vigore de' principj teoretici già esposti.

AVVERTIMENTO II.

82. Si noti che la fatica della detta calcolazione si risparmia non poco in che s'è giunto a calcolare a una distanza A dal zenit la sua refrazione corrispondente R che non giunga a r^1 ; perchè a tutte le altre distanze apparenti a dal zenit, minori di A si può calcolare la refrazione corrispondente, con determinare in ordine a $\text{tang. } A$, a $\text{tang. } a$, e ad R il quarto proporzionale [§ 80].

AVVERTIMENTO III.

83. Da quanto s'è esposto fin qui si rileva che, per calcolare la tavola delle refrazioni astronomiche a tenore de' principj teoretici già stabiliti, altro non vi bisogna, se non di accuratamente determinare colle pure osservazioni due refrazioni astronomiche corrispondenti a due distanze apparenti qualunque dal zenit. Imperciocchè da tali refrazioni si rilevano i valori di m , e n , e si rilevano con facilità, qualora una delle dette refrazioni è l'orizzontale; e col valore di n si limita la proporzione $R : r$
 $= \text{tang.}$

D' ASTRONOMIA. 57
 $= \text{tang.} (A - \frac{1}{2} n R) : \text{tang.} (a - \frac{1}{2} n r)$, coll'ajuto della quale si procede del modo già detto alla detta calcolazione, avvalendosi anche, dove la picciolezza della refrazione il permette, dell'altra proporzione $R : r = \text{tang.} A : \text{tang.} a$.

AVVERTIMENTO IV.

84. Si noti finalmente che gli esposti principj teoretici ci menano ad altre determinazioni, che ci piace qui soggiugnere. Perciò sia il

P B O B L. V.

85. Sia quanto s' è antecedentemente supposto; determinare a un di presso il valore di b .

S O L U Z I O N E.

S'intenda congiunta la retta OF, e si metta l'angolo $AOF = y$; faranno l'angolo $AFO = ZAF - AOF = a - y$, e l'angolo $OFK = AFO + AFK = a - y + r$. Or essendo $OX : OY = \text{sen.} AFO : \text{sen.} OFK$, farà

$$1 : 1+b = \text{sen.} (a-y) : \text{sen.} (a-y+r).$$

On-

Onde

$$(1 + b) \{ \text{sen. } [a - y] \} = \\ \text{sen. } (a - y + r) = \text{sen. } (a - y) \text{ cos. } \\ r + \text{sen. } r \times \text{cos. } (a - y);$$

e perciò

$$1 + b = \text{cos. } r + \text{sen. } r \times \frac{\text{cos. } a - y}{\text{sen. } a - y},$$

ovvero

$$1 + b = \text{cos. } r + \text{sen. } r \times \text{cotan. } (a - y).$$

Ma essendo r , e y grandezze picciole, massimamente quando a non s' avvicina molto agli gr. 90, si potrà senza errore considerare prendere $\text{cos. } r = 1$, $\text{sen. } r = r$; e $\text{cotan. } a - y = \text{cotan. } a$. E perciò sarà a un di presso

$$1 + b = 1 + r \times \text{cotan. } a,$$

e conseguentemente

$$b = r \times \text{cotan. } a$$

Ch'è ciò, che bisognava determinare.

CO.

COROLLARIO I.

86. Effendo secondo Simpson $a = 60^\circ$;
 e $r = 1^{\text{''}} \cdot 30^{11} \frac{1}{2}$, e conseguentemente r
 $= 0.000438$, ridotta in parti del raggio ;
 farà secondo Simpson

$$b = r \times \cotan. a = 0.0002528.$$

Similmente effendo secondo Bradley pure a
 $= 60^\circ$, e $r = 1^{\text{''}} \cdot 38^{11} \frac{2}{5}$, e conseguente-
 mente $r = 0.000476$, ridotta anche in
 parti del raggio ; farà secondo Bradley

$$b = r \times \cotan. a = 0.0002748.$$

Effendo poi secondo Cassini $a = 80^\circ$, e r
 $= 5^{\text{''}} \cdot 24^{11}$, e conseguentemente $r = 0.$
 001568 ; farà secondo Cassini

$$b = r \times \cotan. a = 0.0002764.$$

E finalmente effendo secondo Bouguer sotto
 la zona torrida a livello del mare $a = 83^\circ$,
 e $r = 5^{\text{''}} \cdot 30^{11}$, e conseguentemente $r =$
 0.001597 ; farà secondo Bouguer

$$b = r \times \cotan. a = 0.0001960.$$

COROLLARIO II.

87. Quindi , effendo la velocità della
 luce in E alla velocità, colla quale giugne
 in A , come $1 : 1 + b$; farà la ragione
 di tali velocità secondo

Sim-

Simpson	}	I : I. 0002528
Bradley		I : I. 0002748
Caffini		I : I. 0002764
Bouguer		I : I. 0001960;

le quali ragioni , da quella di Bouguer in fuori , che risulta da refrazioni determinate nella zona torrida alquanto minori delle determinate in Europa , di assai poco differiscono da quella di I : I. 000264 , cioè dalla ragione , che l'Hauksbèe trovò passare tra la velocità della luce nel vuoto , e quella , che ha nell'aria .

COROLLARIO III.

88. Effendosi in oltre trovata $m = 1 - \frac{1}{2} n^2 r^2 - nr \times \cotan. a$; tale formola , per la picciolezza di r , massimamente quando a s'allontana dagli gr. 90 , si può senza errore sensibile prendere per $m = 1 - nr \times \cotan. a$, tralasciandovi il termine $\frac{1}{2} n^2 r^2$, come minuzia da non tenerne conto. Sicchè farà a un di presso

$$1 - m = nr \times \cotan. a,$$

ed

$$\frac{1 - m}{n} = r \times \cotan. a.$$

E' an-

E' anche

$$b = r \times \cotan. a.$$

Dunque

$$b = \frac{1 - m}{n}.$$

Per la qual cosa farà b secondo

Simpson = 0.0002527

Bradley = 0.0002766

Cassini = 0.0002867

Bouguer = 0.0002053;

li quali valori di poco differiscono dagli precedenti, per altra strada determinati.

COROLLARIO IV.

89. Di più essendo $m = \frac{1 + b}{1 + e}$; farà

$$1 + e = \frac{1 + b}{m},$$

ed

$$e = \frac{1 + b}{m} - 1 = \frac{1 + b - m}{m} =$$

$$= \frac{nb + b}{m} = \frac{n + 1}{m} \times b = \frac{n + 1}{m} \times$$

$$\frac{1 - m}{m}$$

. Sicchè l' altezza della prima su-

perficie refringente dell' atmosfera sulla superficie della terra farà a un di presso in parti del raggio terrestre , supposto = 1 , secondo

Simpson	=	0. 001645
Bradley	=	0. 001939
Cassini	=	0: 001853
Bouguer	=	0: 001545 ;

e perciò secondo

Simpson	} di tese	}	5381
Bradley			6343
Cassini			6062
Bouguer			5054,

essendo il raggio terrestre di tese 3271600.

COROLLARIO V.

90. Finalmente si supponga essere R la refrazione orizzontale a livello del mare, E l' altezza della prima superficie refringente dell' atmosfera sul detto livello, r la refrazione pure orizzontale a qualunque altezza sull' istesso detto livello, ed e l' altezza dell' istef-

istessa prima superficie refringente dell'atmosfera sul luogo dell'osservazione; saranno

$$m = 1 - \frac{1}{2} n^2 R^2$$

$$m = 1 - \frac{1}{2} n^2 r^2.$$

Or essendo

$$m = 1 - \frac{1}{2} n^2 r^2,$$

farà

$$r^2 = \frac{2}{n} \times \frac{1 - m}{n} = \frac{2}{n} \times b.$$

Ma

$$e = \frac{n + 1}{m} \times b$$

e conseguentemente

$$b = \frac{m}{n + 1} \times e.$$

Sicchè

$$r^2 = \frac{2 m}{n (n + 1)} \times e.$$

Si-

$$= \frac{nb + b}{m} = \frac{n + 1}{m} \times b = \frac{n + 1}{m} \times \frac{1 - m}{m}$$

. Sicchè l'altezza della prima superficie refringente dell'atmosfera sulla superficie della terra sarà a un di presso ... parti del raggio terrestre , supposto =

secondo

- Simpson = 0.001645
- Bradley = 0.001939
- Cassini = 0:001853
- Bouguer = 0:001545 ;

e perciò secondo

- Simpson
 - Bradley
 - Cassini
 - Bouguer
- } di terra

essendo il raggio ter

COROI

90. Finalmen
 retrazione orizz
 l'altezza della
 dell'atmosfera
 zione pure oriz
 sull'istesso det

della luce la refrazione rettilinea . Nell'
 della refrazione rettilinea le refra-
 differenti alle diverse distan-
 dal zenit relativamente a un
 possono essere minori rispet-
 alle refrazioni , corrispondenti
 distanze dal zenit relativa-
 più alto . In fatti contraf-
 superficie regolare della ter-
 dell'istessa terra , C la ci-
 , OZ la verticale di C ,
 refrattiva dell' atmosfera ,
 due raggi di luce refratti , che
 linee rette a due spetta-
 in A , e C , sotto angoli
 uguali , acciò le distanze ap-
 corpo celeste , guardato dagli
 sieno uguali . Essendo uguali
 ZAB , ZCD ; farà la somma de-
 AOB , ABO uguale alla somma
 due COD , CDO . Ma l'angolo
 maggiore di COD . Dunque l'angolo
 relativamente al punto A è
 l'angolo refratto CDO relativa-
 al punto C . E perciò l'angolo del-
 , o sia la refrazione astrono-
 relativamente ad A è minore dell'angolo
 , o sia della refrazione astrono-
 relativamente al punto C . Non deve
 ciò recare meraviglia ; perchè nell'
 della refrazione rettilinea si suppone
 refrangersi solamente in passare per

Fig. 8

T R A T T A T O
 Similmente si trova essere

$$R^2 = \frac{2^m}{n(n+1)} \times E.$$

Sicchè

$$R^2 : r^2 = \frac{2^m}{n(n+1)} \times E : \frac{2^m}{n(n+1)} \times E$$

$$r = E : e;$$

e perciò

$$R : r = \sqrt{E} : \sqrt{e}.$$

Sicchè le refrazioni orizzontali relativamente una al livello del mare, e l'altra a qualunque altezza su tale livello, sono tra esse nella ragione delle radici delle altezze della prima superficie refringente dell'atmosfera su i luoghi delle osservazioni.

A V V E R T I M E N T O I.

91. Si noti che dall'aver in quest'ultimo corollario determinato essere la refrazione orizzontale relativamente a un sito più basso maggiore di quella, che si ha in un sito più alto, si può sicuramente concludere essere le refrazioni corrispondenti a tutte le distanze apparenti dal zenit relativamente a un sito più basso rispettivamente maggiori delle refrazioni corrispondenti alle medesime distanze apparenti dal zenit relativamente a qualunque altro sito più alto. Or ciò però è il contrario di quello accaderebbe, se
 avesse

avrebbe luogo la refrazione rettilinea . Nell' ipotesi della refrazione rettilinea le refrazioni , corrispondenti alle diverse distanze apparenti dal zenit relativamente a un sito più basso , debbono essere minori rispettivamente delle refrazioni , corrispondenti alle medesime distanze dal zenit relativamente a un sito più alto . In fatti contrassegnino LM la superficie regolare della terra , O il centro dell' istessa terra , C la cima d' un monte , OZ la verticale di C , PQ la superficie refrattiva dell' atmosfera , e BA , DC due raggi di luce refratti , che giungono in linee rette a due spettatori , posti in A , e C , sotto angoli ZAB , ZCD uguali , acciò le distanze apparenti del corpo celeste , guardato dagli detti punti , sieno uguali . Essendo uguali gli angoli ZAB , ZCD ; farà la somma degli angoli AOB , ABO uguale alla somma degli altri due COD , CDO . Ma l' angolo AOB è maggiore di COD . Dunque l' angolo refratto ABO relativamente al punto A è minore dell' angolo refratto CDO relativamente al punto C . E perciò l' angolo della refrazione , o sia la refrazione astronomica relativamente ad A è minore dell' angolo della refrazione , o sia della refrazione astronomica relativamente al punto C . Non deve intanto ciò recare meraviglia ; perchè nell' ipotesi della refrazione rettilinea si suppone la luce refrangerli solamente in passare per

Fig. 8

Tom. II.

E

la

la superficie refrattiva PQ ; onde la refrazione maggiore , o minore in tale ipotesi deriva dall'angolo d'inclinazione del raggio incidente maggiore , o minore . E perciò come nel supposto caso l'angolo refratto in D è maggiore del refratto in B ; così deve essere l'angolo d' inclinazione in D anche maggiore dell'angolo d' inclinazione in B , e conseguentemente la refrazione in C maggiore della refrazione in A . Nell' ipotesi poi della refrazione curvilinea , perchè la luce si va continuamente refrangendo dalla superficie PQ fino all'occhio dello spettatore ; perciò il raggio , che giugne in C , come che non passa per la parte dell' atmosfera dell' altezza AC , e della massima densità , deve soffrire minore refrazione dell'altro , che , per giugnere in A , deve scorrere la detta parte dell' atmosfera . Quindi è che avendo luogo in Natura la refrazione curvilinea , e non la rettilinea , colle osservazioni si sono trovate le refrazioni alle diverse distanze apparenti dal zenit in un sito più alto rispettivamente minori delle determinate alle medesime distanze apparenti dal zenit in un sito più basso .

A V V E R T I M E N T O II.

92. Si noti anche che essendo la densità dell' atmosfera la cagione delle refrazioni astronomiche , col variare di quella , debbono

no pure queste proporzionalmente variare. Il Barometro ci ha fatto conoscere che l'atmosfera in siti diversi della terra, e anche nell'istesso sito in diversi tempi non è dell'istesso peso, e conseguentemente dell'istessa densità; e colle sue altezze diverse ci misura i pesi diversi della medesima. Il Termometro poi ci dinota le continue variazioni di caldo, e di freddo, alle quali è sottoposta ben anche l'atmosfera, e per cagione delle quali la sua densità pure si altera. Quindi le refrazioni astronomiche da registrare nelle tavole di esse, debbono essere determinate relativamente a un determinato grado di densità dell'atmosfera; e non sono da adoperarsi, senza saper dedurre da esse quelle, che competono al grado di densità, che ha l'atmosfera, quando occorre farne uso. Resta adunque da insegnare in che modo si debbono calcolare le refrazioni astronomiche da registrare nelle tavole di esse relativamente a un grado determinato di densità dell'atmosfera; e in che modo da tali refrazioni se ne debbono rilevare le corrispondenti al grado di densità, che ha l'atmosfera, qualora occorre farne uso. Perciò sia il

C A P. VI.

Della costruzione, e dell'uso delle Tavole delle refrazioni mezzane.

DEFINIZIONE.

93. Si chiamano *refrazioni mezzane* le refrazioni astronomiche calcolate relativamente al grado di densità dell'atmosfera, mezzano tra 'l grado massimo, e 'l grado minimo, a' quali l'atmosfera di rado vi perviene.

AVVERTIMENTO I.

94. Nelle tavole delle refrazioni astronomiche, corrispondenti a tutt'i gradi di distanze apparenti de' corpi celesti dal zenit, si hanno oggi le refrazioni mezzane, come quelle, che di picciola correzione hanno bisogno, per ridurle alle refrazioni corrispondenti al grado di densità, che ha l'atmosfera, quando occorre farne uso.

AV.

A V V E R T I M E N T O II.

95. Il famoso Abbate de la Caille, nel calcolare le sue tavole delle refrazioni mezzane, prese per grado mezzano di densità dell'atmosfera quello, che ha, qualora il Barometro è all'altezza di pollici 28, e l' **T**ermometro secondo la costruzione di Reaumur è al gr. 10 di caldo. L'istesso grado supporremo anche noi sempre in seguito, quando diremo grado mezzano di densità dell'atmosfera.

A V V E R T I M E N T O III.

96. Già si è detto nel cap. precedente che, per calcolare secondo i principj teorici esposti nel medesimo cap. le tavole delle refrazioni, fa mestieri prima determinare coll'ajuto di pure osservazioni due refrazioni a due diverse distanze dal zenit, per dedurne da esse i valori di m , e di n ; e poscia procedere col valore di n alla calcolazione di tutte le altre. Or è difficile che le due refrazioni da determinare colle pure osservazioni, venghino determinate relativamente al grado mezzano di densità dell'atmosfera. Quindi due cose ci resta da insegnare, 1° in che modo le due dette refrazioni, determinate relativamente a qualunque grado di densità dell'atmosfera, si abbiano a

E 3

ridurre

ridurre a refrazioni mezzane ; 2° in che modo dalle refrazioni mezzane, già calcolate, si abbiano a rilevare le corrispondenti agli gradi di densità , che ha l'atmosfera , qualora occorre farne uso .

A V V E R T I M E N T O I V .

97. Si noti finalmente che quando diciamo dato il grado di densità dell'atmosfera , intendiamo essere data l'altezza del barometro, e dato il grado di caldo, o di freddo dinotato del termometro . Premesse tali cose, venghiamo al

P R O B L . VI.

98. *Ridurre a refrazione mezzana qualunque refrazione astronomica , determinata relativamente a qualsiasi dato grado di densità dell'atmosfera , diverso dal grado mezzano .*

S O L U Z I O N E .

Si mettano relativamente al grado dato di densità dell'atmosfera l'altezza del barometro in linee = A , il grado di caldo, o di freddo, dinotato dal termometro di Reaumur = G , e la refrazione data = R .

Ri-

Riduzione I.^a relativamente al Barometro.

Variandosi, supposto il grado di caldo, o di freddo l'istesso, la densità dell'atmosfera a proporzione, che si varia il peso della medesima, e conseguentemente a proporzione che si varia l'altezza del barometro: se in ordine all'altezza data A del Barometro, all'altezza di poll. 28, e alla refrazione data R si trova il quarto proporzionale, che per chiarezza chiamo Q ; sarà Q la refrazione corrispondente all'altezza del barometro di pol. 28, e al grado di caldo, o di freddo dinotato dal termometro di Reaumur con G .

Riduzione II.^a relativamente al Termometro.

E' già noto che dell'atmosfera, qualora il peso è l'istesso, la densità si diminuisce, se il caldo cresce, e s'accresce, se il caldo si diminuisce. Onde, qualora il peso dell'atmosfera è l'istesso, le refrazioni astronomiche col crescere del caldo si diminui-

E 4 sco.

fcono, e col diminuirsi il caldo s'accrefcono: però, non costituendo le denfità diverfe dell'atmosfera co' corrispondenti gradi del termometro, reciprocamente prefi, proporzione, non fi può coll'ajuto d'alcuna proporzione una refrazione determinata relativamente a un grado di caldo, o di freddo ridurre alla mifura, che deve avere in un altro grado. Il famofo abbate de la Caille intanto con combinare una moltitudine di refrazioni aftronomiche, determinate relativamente a gradi diverfi del termometro di Reaumur, e ridotte tutte alle mifure convenienti all'altezza del barometro di pol. 28, trovò che ogni refrazione aftronomica, conveniente all'altezza del barometro di pol. 28, è di certa grandezza, qualora il termometro di Reaumur è al gr. 10 di caldo, e che fi diminuiſce, o s'accreſce di $\frac{1}{27}$, qualora il termometro per riſpetto del detto gr. 10 s'accreſce, o fi diminuiſce di gr. 10, di $\frac{2}{27}$, qualora s'accreſce, o fi diminuiſce di gr. 20, di $\frac{3}{27}$, qualora s'accreſce, o fi diminuiſce di gr. 30, e così procedendo innanzi. Sicchè in confequenza di ciò fi può ſtabilire che ogni refrazione aftronomica, ridotta alla mifura conveniente all'altezza del barometro di pol. 28, è al gr. 10 di caldo del termometro di Reaumur di certa grandezza, e che tale grandezza fi va ſucceſſivamente diminuendo, o accreſcendo di $\frac{1}{270}$, $\frac{2}{270}$, $\frac{3}{270}$, $\frac{4}{270}$, ec.,

ſc.

D' ASTRONOMIA. 73

secondochè il mercurio nel detto termometro si va successivamente accrescendo, o diminuendo in altezza per rispetto di quella, che ha al gr. 10 di caldo, di 1, 2, 3, 4, ec. gr. dell'istesso termometro. Quindi, posta la refrazione mezzana cercata = x , e posto il numero de' gradi del termometro, pe' quali il dato grado G eccede, o manca dal grado 10 di caldo, = n , s'avrà

$$x \mp \frac{n}{270} x = Q.$$

Sicchè

$$x = \frac{270}{270 \mp n} \times Q.$$

Ch'è ciò, che bisognava determinare.

E S E M P I O.

Sia determinata la refrazione orizzontale di 29¹. 57¹¹, qualora il barometro è all'altezza di 26^{pol.} 8^{lin.}, e'l termometro è al gr. 18 di caldo; si vuole trovare la refrazione orizzontale mezzana.

G A L C O L O.

Essendo

$$26^{\text{pol.}} . 8^{\text{lin.}} = 320^{\text{lin.}}$$

$$28^{\text{pol.}} = 336^{\text{lin.}}$$

$$29^1 . 57^{11} = 1797^{11},$$

farà

farà

$$320 : 336 = 1797'' : Q.$$

Sicchè

$$Q = 1886'' . 8.$$

In oltre

$$n = 18 - 10 = 8.$$

E perciò

$$\begin{aligned} x &= \frac{270}{270 - n} \times Q = \frac{270}{262} \times 1886 . 8 \\ &= 1944'' = 32' . 24'' . \end{aligned}$$

P R O B L. VII.

99. *Ridurre qualunque refrazione mezzana alla misura conveniente a qualsivoglia dato grado di densità dell'atmosfera.*

S O L U Z I O N E .

Si mettano relativamente al grado dato di densità dell'atmosfera l'altezza del barometro = A, e'l numero de' gradi del ter-
mo-

D' ASTRONOMIA. 75
 mometro di Reaumur , pe' quali il grado
 dato di caldo, o di freddo eccede, o man-
 ca dal gr. 10 di caldo = n ; e si mettano
 altresì la refrazione mezzana data = R , e
 la refrazione cercata = x .

Si trovi in ordine a pol.28; all'altezza A , e ad
 R il quarto proporzionale $\frac{1}{28} A \times R$; da-
 rà $\frac{1}{28} A \times R$ la refrazione mezzana data ri-
 dotta alla misura conveniente ai gradi di
 densità dell'atmosfera, qualora il barometro
 è all'altezza A , e 'l termometro è al gr.
 10 di caldo . E perchè tale refrazione pel
 dato grado di densità dell'atmosfera eccede,
 o manca dalla cercata di quanto il dinota
 $\frac{1}{70} n \times R$. Sicchè è la refrazione cercata
 $x = \frac{1}{28} A \times R \mp \frac{1}{70} n \times R = (\frac{1}{28} A$
 $\mp \frac{1}{70} n) R$. Ch'è ciò , che bisognava
 determinare .

A V V E R T I M E N T O I .

100. Si noti che il 28 della formola
 trovata esprime pollici, se A viene espressa
 pure in pollici ; ma se A viene espressa in
 linee, in tale caso i pollici 28 si debbono
 ridurre in linee 336.

E S E M P I O .

*Sia alla distanza di 84° de' corpi celesti dal
 zenit la refrazione mezzana 5¹. 23¹¹. 6 =
 323¹¹. 6 ; si vuole tale refrazione mezzana*
 ri-

ridurre alla misura conveniente alla densità dell'atmosfera, qualora il barometro è all' altezza di 26 pol. . 8 lin., e'l termometro di Reaumur è al gr. 15 di caldo.

C A L C O L O .

$$\begin{aligned} 28 \text{ pol.} &= 336 \text{ lin.} \\ 26 \text{ pol.} . 8 \text{ lin.} &= 320 \text{ lin.} \\ n &= 15 - 10 = 5. \end{aligned}$$

Dunque è la refrazione cercata, o sia

$$\begin{aligned} x &= \left(\frac{1}{2 \frac{1}{4}} A - \frac{1}{2 \frac{1}{7} n} n \right) R = \left(\frac{2 \frac{1}{4}}{2 \frac{1}{4}} - \right. \\ &\left. \frac{2}{54} \right) 323^{11} . 6 = \frac{1 \cdot 5 \frac{1}{2}}{1 \frac{1}{4}} \times 323^{11} . 6 = 0 . \\ 933 \times 323^{11} . 6 &= 302^{11} . 2 = 5^1 . 2^{11} . 2. \end{aligned}$$

A V V E R T I M E N T O II.

101. Si noti anche che come i limiti, tra' quali si trovano ordinariamente comprese le altezze del barometro, sono 26 pol. . 6 lin., e 28 pol. . 9 lin., ed i limiti, tra' quali si trovano ordinariamente compresi nel termometro di Reaumur i gradi di caldo, e di freddo dell'atmosfera, sono il gr. 30 sopra il zero, e'l gr. 8 sotto: così se s'anderà supponendo A successivamente di 26 pol. . 6 lin., 26 pol. . 7 lin., 26 pol. . 8 lin., e così procedendo coll' avanzo sempre d'una linea fino all' altezza di 28 pol. . 9 lin., e relativamente a ciascuna di sì fatte altezze del barometro

D'ASTRONOMIA. 77

rometro s'anderà supponendo il grado del termometro di Reaumur essere successivamente 0, 1, 2, 3, 4 - - - - - 30 sopra il zero, e 1, 2, 3 - - - - - 8 sotto il zero, e secondo ciascuna di tali supposizioni s'anderà determinando il valore della formola $\frac{a}{28} A \mp \frac{1}{275} n$; s'avranno altrettanti numeri, che, registrati in alcune tavole in corrispondenza delle altezze del barometro, e de' gradi del detto termometro, somministrano pronti al bisogno que' numeri, pe' quali bisogna moltiplicare le refrazioni mezzane, per avere le refrazioni convenienti agli gradi di densità dell'atmosfera.

AVVERTIMENTO III.

102. Nella fine delle Tavole astronomiche del Signor de la Lande si trovano tali tavole, dette *Tavole delle densità dell'aria*: però i numeri compresi in esse hanno qualche picciolissima differenza da quei, che verrebbero calcolati del modo già detto, come calcolati coll'ajuto d'un'altra formola dal Signor Bonne, stabilita in conseguenza di molte esperienze, e di molti calcoli fatti sulle densità dell'aria, e di molte verificazioni fatte con refrazioni determinate in conseguenza di pure osservazioni.

AV.

A V V E R T I M E N T O I V .

103. Da quanto fin qui s'è insegnato , si rileva 1° che per calcolare le tavole delle refrazioni mezzane , bisogna prima colle pure osservazioni determinare due refrazioni a due diverse distanze de' corpi celesti dal zenit del modo , che in seguito s' insegnerà; 2° che avendo luogo riguardo alle stelle fisse la refrazione , e non la parallasse , le refrazioni da determinare colle pure osservazioni , conviene determinarle coll'ajuto di qualche stella fissa; 3° che finalmente avendo luogo per riguardo della maggior parte de' pianeti e la refrazione, e la parallasse insieme , non si possono le parallasse di tali corpi determinare , senza che sieno prima determinate le refrazioni . Premesse intanto tali cose , procediamo ora alle operazioni fondamentali dell' Astronomia .

CAP.

C A P. VII.

S' insegnano alcune operazioni astronomiche da premettere a tutte le altre.

DEFINIZIONE.

104. Si dice *linea meridiana* una linea tirata su qualunque superficie per un dato punto, ed esistente nel piano del meridiano procedente pel medesimo punto.

COROLLARIO.

105. Quindi la meridiana relativamente a un dato punto di qualunque superficie è la comune sezione dell' istessa superficie col meridiano procedente pel medesimo punto. E perciò la meridiana può essere e linea retta, e linea curva, secondochè la superficie, su cui viene tirata, è piana, o curva.

AVVERTIMENTO.

106. Ordinariamente le meridiane si tirano su superficie piane; e tali superficie, se le meridiane vanno fatte per uso di orologi
a so-

a sole, sono ordinariamente orizzontali, o verticali; ma se vanno fatte per gli soli usi astronomici, sono tutte orizzontali.

P R O B L. VIII.

107. *Conoscere coll' ajuto d' un quadrante astronomico se una stella è nell'emisfero orientale, o occidentale, e misurare la sua altezza apparente meridiana, senza che sia ancora determinata la direzione del meridiano del luogo dell' osservazione.*

S O L U Z I O N E.

1. Si metta il quadrante in sito verticale, e col cannocchiale diretto alla stella in modo, che apparisca ella per mezzo divisa dal suo filo orizzontale.

Se, lasciato il quadrante immobile nel detto sito, apparisce la stella a poco a poco andarsi allontanando dal detto filo verso giù, è segno in tal caso che la stella procede facendo, e che conseguentemente è nell' emisfero orientale; se poi apparisce andarsi allontanando verso su, è segno in tale altro caso, che procede discendendo, e che conseguentemente è nell' emisfero occidentale.

2. Si vada col quadrante accompagnando continuamente la stella in modo, che apparisca sempre per mezzo divisa dal detto filo; e ciò si faccia, finchè la stella, essendo
nell'

D' ASTRONOMIA: 81^o

nell' emisfero orientale , giunga all' altezza massima , ed essendo nell' emisfero occidentale , se è stella , che non mai tramonta , giunga all' altezza minima , vale a dire all' altezza , che nel primo caso non s' accresce di vantaggio , e nel secondo caso di vantaggio non si diminuisce .

L' altezza massima , o minima determinata è l' altezza apparente meridiana cercata . Ch' è quanto bisognava fare .

P R O B L. IX.

108. *Determinare relativamente a un orologio esatto , accomodato al moto delle stelle fisse , il tempo del passaggio d' una stella pel meridiano , senza che sia nota ancora la direzione del meridiano del luogo dell' osservazione .*

S O L U Z I O N E .

1. Si misuri un' altezza apparente della stella coll' ajuto del quadrante , quando tale stella è nell' emisfero orientale ; e si noti il tempo , che dimostra allora l' orologio .

2. Si vada da tempo in tempo misurando l' altezza dell' istessa stella , finchè si veggia ella ritornata nell' emisfero occidentale a un' altezza uguale alla misurata ; e si noti pure , quando apparisce giunta a sì fatta altezza , il tempo , che dimostra allora l' orologio .

Tom. II.

È

3:

3. De' tempi notati se ne prenda la differenza, e la metà di essa s'aggiunga al primo tempo notato.

La somma, che nasce, dà il tempo cercato; cioè il tempo, che dinotava tale orologio nel momento, in cui la stella è passata pel meridiano. Ch'è ciò, che bisognava determinare.

DIMOSTRAZIONE.

Fig. 9. Contraffegnino relativamente al luogo dell'osservazione HZM il meridiano, HO l'orizzonte, Z il zenit, P il polo visibile, LM il parallelo, che apparisce descrivere la stella, AZ, CZ i due verticali, ne' quali l'istessa stella apparisce ne' momenti, in cui si misurano le altezze uguali, e PB, PD gli archi de' cerchi di declinazione, che passano per B, e D. Dinoteranno AB, DC le altezze uguali; onde sarà $BZ = DZ$. E potendosi prendere la declinazione della stella come costante tra gli tempi notati, sarà anche $PB = PD$. Sicchè ne' due triangoli sferici BPZ, DPZ i lati dell'uno sono rispettivamente uguali agli lati dell'altro. Onde gli angoli orarj BPZ, DPZ sono uguali; e perciò uguali sono anche i tempi, ne' quali la stella apparisce mossa per BL, LD. Per la qual cosa se al tempo, che dinota l'orologio, quando la stella apparisce in B, s'aggiugne la metà di quello, che

che scorre intanto che la stella apparisce
 mossa per BLD, si ha il tempo, che dino-
 ta l' orologio nel momento del passaggio
 della stella pel meridiano . Ch' è ciò, che
 bisognava dimostrare.

AVVERTIMENTO I.

109. Si noti che se l' orologio ritarda ,
 o accelera relativamente al moto apparente
 delle stelle fisse, e l' ritardamento , o acce-
 lerazione dell' orologio in una rivoluzione
 diurna delle stelle fisse è di $2^{\text{r}} . 43^{\text{r}} . 11''$; in
 tale caso il tempo determinato del modo
 già insegnato dà il tempo, in cui la stella è
 passata pel meridiano nella notte dell' osserva-
 zione ; però nella notte seguente deve pas-
 sarvi, quando l' istesso orologio dimostra il
 medesimo tempo diminuito , o accresciuto
 di $2^{\text{r}} . 43^{\text{r}} . 11''$.

AVVERTIMENTO II.

110. Si noti di vantaggio che niente
 importa che le ore dell' orologio corrispon-
 dano sì, o no colle ore computate dal mez-
 zogiorno : ci basta solamente che l' orologio
 sia esattissimo nel suo movimento, e che sia
 con precisione accomodato al moto delle
 stelle , o che sia con precisione determinato
 di quanto l' istesso orologio ritarda, o acce-

lera relativamente al moto apparente delle dette stelle.

P R O B L. X.

III. *Tirare su d' un piano orizzontale per un dato punto la linea meridiana.*

S O L U Z I O N E.

1. Si determini relativamente a un orologio il tempo del passaggio d'una stella pel meridiano per la notte dell'operazione.

2. Si sospenda con un ordigno un sottile, e lungo filo liberamente, e con un peso nella parte inferiore in corrispondenza del punto dato.

3. Si metta sul piano orizzontale, a quanta maggiore distanza riesca possibile dal detto filo, un piedestallo, che porti un braccio a un di presso a squadra, e mobile intorno a esso, con un altro filo di minor lunghezza liberamente pendente dall'estremo di sì fatto braccio, e con un peso pure nella parte inferiore.

4. Avvicinato il tempo del passaggio della stella pel meridiano, si disponga il piedestallo in modo, che traguardando per ambi i fili alla stella, con tenere l'occhio alquanto discosto dal filo minore, e con tenere il filo maggiore ben illuminato, acciò si renda all'occhio visibile, si vegga essa stel-

Stella da tali fili per mezzo divisa: s'avver-
ta però che il braccio allora conviene situar-
lo con qualche obliquità per rispetto del
filo lungo; acciò con andarlo alquanto suc-
cessivamente girando, possa sempre andarsi
vedendo la stella nella direzione de'due fili,
e da essi sempre per mezzo divisa.

5. Si proseguia tale operazione fino al
momento del passaggio della stella pel me-
ridiano; e allora si lasci immobile il brac-
cio, che porta il filo minore.

6. Finalmente si noti con diligenza il
punto del piano orizzontale, a cui esatta-
mente corrisponde il detto filo minore; e
da sì fatto punto al punto dato si tiri la
linea retta.

Sarà tale retta la meridiana cercata. Ch'è
ciò, che bisognava fare.

AVVERTIMENTO I.

112. Si noti che, essendo nel momento
del mezzogiorno il centro del Sole nel me-
ridiano, se da un punto d'una linea meri-
diana s'innalza verticalmente uno stile,
l'ombra di esso nel momento del mezzo-
giorno deve cadere sulla detta linea; e che
se a qualche altezza sul piano della meri-
diana si fa che vi sia un foro circolare
col centro suo nel piano verticale, proce-
dente per l'istessa meridiana, il raggio sola-
re, che entrerà per tale foro nel momento

del mezzogiorno rappresenterà sul piano della detta linea un'immagine solare rotonda, la quale avrà il suo centro nella medesima meridiana.

COROLLARIO I.

113. Quindi la meridiana addita quando è il momento del mezzogiorno, e l'addita o coll'ombra d'uno stile, come ordinariamente accade negli orologj a sole, o col centro d'un'immagine solare, rappresentata sul piano della linea dalla luce solare, che si fa passare per un foro circolare, fatto a qualche altezza sul piano dell'istessa linea, come accade a tutte le meridiane tirate per usi astronomici.

AVVERTIMENTO II.

Fig. 10 114. Sieno P, e R i poli terrestri, PER, PQR due mezzi meridiani, EQ un arco dell'equatore terrestre, e AB l'arco simile del parallelo, in cui si trova Napoli, cioè del parallelo della latitudine di $40^{\circ} . 50' . 15''$. Se il meridiano PQR è di 1° più orientale di PER. Sarà EQ di 1° , e conseguentemente di miglia 60. E perchè EQ: AB, come il raggio dell'equatore al raggio del detto parallelo, ovvero come il seno massimo al coseno della latitudine del medesimo parallelo; se in ordine al seno massimo,

fimo, al coseno di $40^\circ . 50' . 15''$, e alla lunghezza di EQ di miglia 60 si trova il quarto proporzionale, tale quarto proporzionale dà la lunghezza dell' arco AB in miglia; la quale lunghezza, fatto il calcolo, si trova essere di miglia 45 . 39. Or apparendo il Sole fare l'intera rivoluzione giornaliera di 360° in 24^{or} , apparirà muoversi per 1° in $4'$. E perciò il mezzogiorno ne' luoghi, che sono nel meridiano PQR, di $4'$ anticipa quello de' luoghi, che sono nel meridiano PER d' un grado più occidentale. Se poi il meridiano PQR è di $1'$ più orientale di PER; essendo in tale caso EQ di un miglio, sarà AB di can. 664 . 3, e' l mezzogiorno in PQR anticiperà quello di PER di $4''$. E finalmente se il meridiano PQR è di $15''$ più orientale di PER; essendo in tale altro caso EQ di $\frac{3}{4}$ di miglio, sarà AB di can. 166, e' l mezzogiorno in PQR anticiperà quello di PER di $1''$.

COROLLARIO II.

115. Quindi due luoghi terrestri, che sono uno più orientale dell'altro di un miglio nell'equatore, o di can. 664 . 3 nella latitudine di Napoli, hanno il mezzogiorno in uno di $4''$ prima che nell'altro. Similmente due luoghi terrestri, che sono uno più orientale dell'altro di $\frac{3}{4}$ di miglio nell'

F 4 equa.

equatore , o di cann. 166 nella latitudine di Napoli , hanno il mezzogiorno in uno di 1'' prima che nell'altro .

AVVERTIMENTO III.

116. Si noti che , potendosi in una Città grande fare delle osservazioni astronomiche in più siti , che hanno differenze di meridiani sensibili , conviene che ogni Astronomo in notare i tempi , che occorre notare per le sue osservazioni , noti anche il sito , in cui sono fatte ; acciò , venendo fatte in altri siti , non si prendano per errori le differenze de' tempi , che derivano dalle differenze de' meridiani .

AVVERTIMENTO IV.

117. Sieno di vantaggio P , e R i poli terrestri , PER , PQR due mezzi meridiani , EQ un'arco dell'equatore terrestre , e AB un arco simile di qualunque parallelo . S'intendano per E , e Q tirate le meridiane ; faranno esse tangenti de' detti mezzi cerchi in E , e Q ; e perciò faranno parallele all'asse terrestre PR , e conseguentemente parallele tra esse . S'intendano in oltre per A , e B tirate pure le meridiane ; faranno tali meridiane tangenti de' medesimi detti mezzi cerchi in A , e B ; e perciò s'uni.

D' ASTRONOMIA. 89
s' uniranno in X coll' asse terrestre RP prolungato in X.

COROLLARIO III.

118. Sicchè le meridiane tirate per gl' infiniti diversi punti della linea equinoziale sono tutte tra esse parallele ; le meridiane poi tirate per tutti gl' infiniti diversi punti della periferia di qualunque parallelo terrestre non sono tra esse parallele , ma tutte , se venissero prolungate , s' unirebbero nel medesimo punto dell' asse terrestre , anch'esso prolungato .

AVVERTIMENTO V.

119. S' intenda ulteriormente essere AB un' arco del parallelo , in cui si trova Napoli , cioè del parallelo della latitudine di $40^{\circ} . 50' . 15''$, ed essere AX , BX le meridiane de' punti A , e B sì poco distanti tra essi , che l' angolo AXB sia di un minuto primo , affinchè si possano senza errore sensibile prendere le dette meridiane come parallele , e l' arco AB per una linea retta. S' intenda di più tirato il raggio terrestre OA . Essendo per l'ipotesi AE di $40^{\circ} . 50' . 15''$, farà l' angolo AOX di $49^{\circ} . 9' . 45''$. E' il raggio terrestre AO di pal. 24163153 . Dunque nel triangolo rettilineo OAX , rettangolo in A , sono noti il cate-
to

to OA, e l'angolo acuto AOX. Perciò coll'ajuto della Trigon: piana si può determinare l'altro cateto AX; che, fatto il calcolo, si trova essere di palmi 27956261, ovvero a un di presso di miglia $3979 \frac{1}{2}$. Or essendo nel triangolo isoscele rettilineo AXB noti l'angolo AXB di 1° per l'ipotesi, l'angolo ABX conseguentemente di $89^\circ . 59' \frac{1}{2}$, e 'l lato AX già determinato, si può coll'ajuto dell'istessa detta Trigonometria determinare la base AB; la quale base, fatto il calcolo, si trova essere di palmi 8132, o sia di un miglio, e pal. 1107.

COROLLARIO IV.

120. Sicchè alla latitudine di Napoli le meridiane tirate per punti diversi, purchè non sia uno più orientale dell'altro d'una distanza maggiore d'un miglio, e pal. 1107, si possono prendere senza errore sensibile per parallele.

AVVERTIMENTO VI.

121. Si noti finalmente che gli altri metodi di tirare le meridiane s'insegneranno appresso, dopo sviluppatine i fondamenti di essi. E appresso s'insegnerà altresì quali cautele sono da adoperare per tirare le gran meridiane, e quali punti vanno notati in esse, per poter discernere col ajuto di essi quando

do succedono gli equinozj, quando i solstizj, e quando il Sole apparisce entrare in ciascuno de' segni del zodiaco. Una meridiana intanto, tirata del modo già insegnato, è sufficientissima a un Astronomo per disporre, e fissare un cannocchiale coll' asse suo nel piano del meridiano, lasciandoli il solo movimento verticale, a fine di poter osservare con tale strumento i passaggi de' corpi celesti pel meridiano; per situare un quadrante da muoversi solamente verticalmente, ma sempre col suo piano nel piano del meridiano, a fine di poter misurare con tale altro strumento le altezze meridiane de' corpi celesti; e per disporre qualunque altro quadrante, provveduto d' un cerchio graduato da misurarci gli angoli azzimuttali in modo da essere diretti i cardini di settentrione, e mezzogiorno di tale detto cerchio agli corrispondenti cardini del mondo.

CAP.

C A P. VIII.

De' modi di determinare senza bisogno delle refrazioni l'altezza del polo, le due refrazioni necessarie per calcolare le Tavole delle refrazioni mezzane, e le declinazioni delle stelle fisse.

P R O B L. XI.

122. Determinare l'altezza del polo senza bisogno delle refrazioni, e determinare nel tempo istesso le due refrazioni necessarie per calcolare le tavole delle refrazioni mezzane.

S O L U Z I O N E.

Fig. II Contraffegnino HZO il meridiano, HO l'orizzonte razionale, Z il zenit, e P il polo visibile.

1. Si scelga una stella, che nella rivoluzione diurna descriva un parallelo AB tale, che colla sua periferia interseca quella del meridiano in A tra'l zenit Z, e'l polo P.

2. Per più giorni prima delle determi-
na-

nazioni da fare s'adatti un orologio esattissimo al moto delle stelle fisse ; e relativamente a tale orologio si determini il tempo, in cui la stella scelta passa pel meridiano in A .

3. Avvicinato il tempo delle dette determinazioni , si disponga un quadrante , che ha il cerchio da misurare gli angoli azimuttali , con dirigere i cardini di settentrione , e di mezzogiorno di tale cerchio agli corrispondenti cardini del mondo .

4. Quando si conosce essere la stella ad altezza tale sull'orizzonte , da non poter essere la misura di essa affatto turbata dagli vapori ; supposta la stella in D , e supposto essere ZDL il verticale procedente per D , si notino allora il tempo , che dimostra l'orologio , l'altezza apparente della stella , che misura il quadrante , e l'angolo azimuttale LZO , che misura il cerchio orizzontale dello strumento . Si faranno noti anche il tempo , che dovrà la stella impiegare per giungere da D al meridiano nel punto A , e l'complimento DZ dell'altezza misurata .

5. Si vada da tempo in tempo col quadrante osservando l'istessa stella , e guardando il suo angolo azimuttale : quando si vede giunta in C , dove il detto angolo azimuttale è l'istesso di prima , allora si notino pure il tempo , che dimostra l'orologio , e l'altezza apparente LC della stella , che misura il quadrante . Si faranno

no

no noti pure il tempo , che dovrà la stella impiegare per giugnere da G al meridiano in A , e 'l complimento CZ dell' altezza misurata . Onde , supposto essere PD , PC gli archi de' cerchi orarj procedenti per D , e C , noti si faranno altresì gli angoli orarj DPZ , CPZ ; e noto conseguentemente si farà pure l'angolo DPC .

6. S'intenda da P menato l' arco PE di cerchio massimo perpendicolare alla base CD del triangolo isoscele CPD ; dividerà tale arco in due parti uguali e la base CD , e l'angolo sferico CPD . Onde noto sarà anche l'angolo sferico CPE , e conseguentemente l'angolo ZPE . Or nel triangolo sferico ZEP , rettangolo in E , noti i due angoli obliqui EZP , ZPE , si determini l'ipotenusa ZP ; il suo complimento all' arco del quadrante darà l'altezza cercata del polo.

7. Ne' due triangoli ZPD , ZPC , noti gli angoli in Z , e in P , e 'l lato compreso ZP già calcolato, si determinino in uno il lato ZD , e nell'altro il lato ZC .

8. Finalmente dagli lati DZ , CZ , già determinati col calcolo trigonometrico, si sottraggano le grandezze di essi, avute prima in conseguenza delle misure delle due altezze apparenti della stella fattene col quadrante; i residui danno le due refrazioni cercate alle due determinate distanze apparenti dal zenit della medesima stella.

Ch'è quanto bisognava determinare.

AV.

AVVERTIMENTO I.

123. Gli Astronomi in determinare l'altezza del polo sono generalmente proceduti a questo modo : scelta una stella di perpetua apparizione, cioè che nella rivoluzione diurna apparisce descrivere un parallelo, come AB , che due volte in A , e B interseca colla sua periferia quella del meridiano HZO nell'emisfero visibile; e scelta altresì una lunga notte d'inverno, in cui tale stella apparisce passare tutte e due le volte pel meridiano, ne hanno in tale notte misurate col quadrante le due sue altezze meridiane OA , OB . Ed essendo il polo visibile P ugualmente distante da A , e B , ne hanno determinata la sua altezza OP , con prendere la metà della somma delle dette altezze meridiane OA , OB già misurate.

AVVERTIMENTO II.

124. L'altezza del polo in tal modo determinata non è esatta, ma alquanto maggiore della vera, a cagione delle refrazioni, che accrescono alquanto le altezze meridiane della stella misurate. Nè vale il dire che si possono tali altezze correggere degli errori delle refrazioni; perchè se non è stabilita l'altezza del polo, non si possono le refrazioni determinare. Per evitare gli A-
stro-

stronomi un tanto scoglio , hanno prima determinata l' altezza del polo , all' in grosso per così dire , del modo già detto , e in conseguenza di tale altezza di polo hanno determinate le refrazioni astronomiche per correggere le altezze meridiane , dalle quali s' è ricavata l' altezza del polo , e per avere un' altezza di polo alquanto men difettosa della prima determinata . Con tale nuova altezza di polo hanno poi un' altra volta determinate le refrazioni ; e con esse , meno erronee delle prime , hanno un' altra volta corrette le dette altezze meridiane , e conseguentemente corretta l' altezza del polo ; e così sono proceduti innanzi , finchè sono pervenuti a un segno da non poter dare più correzione nè all' altezza del polo , nè alle refrazioni . Ed ecco in che modo con molta fatica , e con affai perdita di tempo gli Astronomi sono giunti a stabilire l' altezza del polo nel luogo delle loro osservazioni , e le misure delle refrazioni .

A V V E R T I M E N T O III.

125. Il metodo intanto da noi proposto , per determinare l' altezza del polo , va esente dalla necessità delle refrazioni , e conseguentemente delle tante , e sì replicate correzioni : anzi nel tempo istesso si determinano le refrazioni fondamentali , che abbisogna-

gnano, ridotte prima alla misura delle refrazioni mezzane corrispondenti del modo già insegnato, per poter costruire le tavole delle refrazioni mezzane . Ma le vie spedite s' incontrano tardi, e sono il prodotto non del genio, ma del raffinamento ; e giovano per far evitare a' posteri le spine incontrate da' nostri maggiori .

AVVERTIMENTO IV.

126. Si noti pure che l' altezza del polo boreale relativamente a Napoli fu determinata prima nel Monistero di Sanseverino dal famoso nostro D. Pietro di Martino di $40^{\circ} . 50^{\prime} . 20''$, e molti anni dopo nel Collegio regale di S. Carlo alle Mortelle dagli insigni Astronomi D. Felice Sabatelli, e P. Nicola Carcani di $40^{\circ} . 50^{\prime} . 15''$: però tale altezza esige che sia con più precisione determinata, essendo stata fin' ora determinata due volte coll' ajuto dell' istesso quadrante, sprovveduto del Vernier ; con correggere le altezze meridiane della stella polare adoperata colle refrazioni prese dalla tavola del Cassini ; e con non tener conto relativamente alle refrazioni delle circostanze dell' atmosfera .

AVVERTIMENTO V.

127. Si noti di vantaggio che avendo insegnato il modo di determinare l' altezza del polo, s' è nel tempo istesso insegnato il modo di determinare l' altezza dell' equatore ; essendo l' una il complimento a gr. 90 dell' altra (§ 82 del tom. I.). Quindi, supposta l' altezza del polo visibile relativamente a Napoli di $40^{\circ} . 50^{\prime} . 15^{\prime\prime}$, farà relativamente a Napoli l' altezza dell' equatore di $49^{\circ} . 9^{\prime} . 45^{\prime\prime}$.

AVVERTIMENTO VI.

128. Si noti finalmente che, avendo insegnato in che modo si possono colle osservazioni determinare le refrazioni d'una stella, corrispondenti a due diverse distanze dal zenit, s' è insegnato quanto basta per potere in vigore de' principj teoretici, antecedentemente esposti, costruire le tavole delle refrazioni mezzane . In seguito supporremo sempre tali tavole già costrutte; e noi faremo uso, quando il bisogno l' esigerà, di quelle, che si hanno nelle Tavole astronomiche di M. de la Lande.

PRO.

P R O B L. XII.

129. *Insegnare, determinata l'altezza del polo di qualunque luogo terrestre, il modo di determinare le declinazioni delle stelle fisse, visibili dall'istesso luogo.*

S O L U Z I O N E.

Contraffegnino d'un luogo, di cui s'è Fig. 12 determinata l'altezza del polo settentrionale, HO l'orizzonte razionale, HZO il meridiano celeste, P il polo settentrionale, R il meridionale, e Z il zenit.

Si misuri col quadrante astronomico l'altezza meridiana d'una stella, di cui si vuole determinare la declinazione, e si corregga della refrazione, conveniente a tale altezza, e allo stato di densità, che ha l'atmosfera nel medesimo tempo.

Se la stella s'è osservata nel quadrante ZH; la differenza, che passa tra l'altezza meridiana corretta della stella, e l'altezza dell'equatore, dà la declinazione cercata; la quale declinazione è settentrionale, se l'altezza meridiana della stella è maggiore dell'altezza dell'equatore, e meridionale, se è minore.

Se poi la stella s'è osservata nel quadrante ZO; in tale caso la differenza, che passa tra l'altezza meridiana corretta della stella,

G 2

e

e l'altezza del polo settentrionale, dà il complimento ai gr. 90 della declinazione settentrionale. Onde il complimento a 90° della detta differenza dà la declinazione settentrionale cercata.

Ciò, che s'è fatto relativamente a una stella, si faccia relativamente a tutte le altre visibili dall'istesso luogo. S'avranno in tal modo le declinazioni di tutte le stelle visibili dal medesimo luogo. Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

E S E M P I O.

Siesi in Napoli a 21 Maggio 1781 misurata l'altezza meridiana d'una stella dal lato del polo settentrionale di 57°. 13'. 18", e siensi allora trovati il barometro all'altezza di 28 pol. 7 lin., e'l termometro di Reaumur al gr. di caldo 17 $\frac{2}{3}$. Si cerca la declinazione di tale stella.

C A L C O L O.

Altez. appar. $\left\{ \begin{array}{l} 57^\circ \text{ Refraz. mezzane} \\ 58^\circ \text{ corrispondenti} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 38^{11}. 4 \\ 38 . 9 \end{array} \right.$

Dunque se 1°, o 60^r in altezza dà la differenza di 0. 5 di minuto secondo nella refrazione mezzana, quanta differenza nelle refrazione mezzana daranno 13'. 18"? Fatto il calcolo si trova 0. 1 di minuto secondo

D' A S T R O N O M I A. 101
do. Onde la refrazione mezzana corrispondente all'altezza apparente di $57^{\circ} . 13^1 . 18''$ è di $38'' . 5$.

In oltre, poste $A = 28$ pol. 7 lin., $n = 17 \frac{2}{3} - 10 = 7 \frac{2}{3}$, e $R = 38'' . 5$; sarà
($\frac{3}{28} A - \frac{1}{275} n$) $R = 0 . 992 \times$
 $38'' . 5 = 38'' . 19$.

Sicchè

Altez. appar.	$57^{\circ} . 13^1 . 18''$
Refraz. da togliere	$38 . 19$
Altez. vera	$57^{\circ} . 12^1 . 39'' . 81$
Altez. del polo	$40 . 50 . 15$ sott.
Compl. della declin. -	$16^{\circ} . 22^1 . 24'' . 81$

E perciò

Declin. boreale cercata della stella
 $73^{\circ} . 37^1 . 35'' . 19$.

A V V E R T I M E N T O I.

130. Se dell'istesso modo si determinano le declinazioni delle altre stelle visibili da altri luoghi, e tutte si registrano in tavole; si hanno in tal modo le tavole delle declinazioni di tutte le fisse.

A V V E R T I M E N T O I I .

131. Confrontando le declinazioni delle stelle determinate in un tempo colle determinate in un altro tempo , s' è conosciuto che sì fatte declinazioni si vanno continuamente variando , con crescere per riguardo d' alcune fisse , e con scemare per riguardo di altre . A suo luogo esporremo le cagioni di tali variazioni , e ne insegneremo il come si calcolano . Ci contentiamo per ora di soggiugnere che sì fatte variazioni si trovano diverse nelle diverse stelle , e che generalmente sono sì lente , che in poche rivoluzioni diurne si possono trascurare senza errore sensibile . Nelle tavole astronomiche di M. de la Lande si trovano le declinazioni di 400 principali stelle determinate per l'anno 1750 , e si trovano colle variazioni a canto calcolate da 10 in 10 anni fino al 1780 .

A V V E R T I M E N T O I I I .

132. Si noti che un Astronomo dovendo determinare le declinazioni delle fisse , deve prima determinare l' altezza del polo relativamente al luogo delle osservazioni : però , determinate le declinazioni delle fisse , con facilità può determinare l' altezza del polo relativamente a qualsiasi altro luogo

go

go del seguente modo. Contrassegnino del luogo, di cui si vuole determinare l'altezza del polo, HO. l'orizzonte razionale, HZO il meridiano celeste, EQ l'equatore, Z il zenit, P il polo settentrionale, e R il polo meridionale. Si misuri l'altezza meridiana apparente d'una delle stelle, di cui è stata determinata la declinazione, e si corregga della refrazione conveniente. Se la stella in misurare la sua altezza meridiana è stata nel quadrante ZO; si determini il complimento agli 90° della declinazione, e s'aggiunga all'altezza meridiana corretta, nel caso che la stella è passata pel meridiano in giugnere alla sua altezza minima; e si sottragga dall'altezza meridiana corretta, nel caso che la stella è passata pel meridiano in giugnere alla sua altezza massima. La somma, che si ha nel primo caso, e 'l residuo, che nasce nel caso secondo, dà l'altezza cercata del polo settentrionale. Se poi la stella in misurare la sua altezza meridiana è stata nel quadrante ZH; allora la declinazione della stella, se è settentrionale si sottragga dalla sua altezza meridiana corretta, e s'è australe, s'aggiunga. La somma, che si ha nel primo caso, ed il residuo, che nasce nel caso secondo, dà l'altezza dell'equatore, e 'l suo complimento a 90° dà l'altezza cercata del polo settentrionale.

Fig. 12

G 4

AV.

AVVERTIMENTO IV.

133. Si noti di più che quando coll'ajuto della declinazione d'una stella si vuole determinare l'altezza del polo d'un luogo, si può anche far uso d'ogni altra altezza della medesima stella, diversa dall'altezza meridiana: però in tal caso bisogna misurare non solamente un'altezza della stella, e correggerla della sua refrazione, ma qualche altro dato conducente alla soluzione del problema. In fatti sia *S* la stella, e s'intendano menati gli archi *PB* del suo cerchio di declinazione, e *ZA* del suo cerchio verticale. Con misurare l'altezza della stella, e correggerla della conveniente refrazione, si fa noto l'arco *AS*, e conseguentemente *SZ*. E' nota la declinazione *BS*, e conseguentemente l'arco *PS*. Dunque nel triangolo sferico *SZP* sono noti solamente due lati *SZ*, *SP*. Sicchè per determinare *ZP*, e conseguentemente l'altezza del polo *PO*, conviene aver noto di più o l'angolo azzimuttale *SZP*, che in misurare l'altezza della stella si può nel tempo istesso coll'ajuto del quadrante determinare, o l'angolo orario *ZPS*, che si può avere coll'ajuto d'un orologio accomodato al moto delle stelle, misurando con tale orologio il tempo, che impiega la stella a vederfi trasferita da *S* fino al meridiano, e riducendo tale tempo in gradi, e minuti

cor-

corrispondenti. Per la qual cosa, determinati nel triangolo sferico SZP il lato SZ, complemento agli 90° dell' altezza della stella, SP, complemento agli 90° della declinazione, e l'angolo azzimuttale SZP, o l'angolo orario SPZ, coll' ajuto della Trigonometria sferica si può calcolare il lato ZP, e avere conseguentemente l' altezza cercata PO del polo. S' avverta però che se la declinazione della stella è dall' altra banda per rispetto dell' equatore, in tale caso PS dinota la somma della declinazione, e dell' arco di quadrante.

AVVERTIMENTO V.

134. Si noti di vantaggio che in determinare l' altezza del polo d' un luogo, qualora sono già calcolate le tavole delle refrazioni astronomiche, possiamo interamente astenercene dall' uso delle declinazioni delle stelle. In fatti se nel triangolo sferico SZP si determinano secondo i modi già detti l' arco SZ, l' angolo azzimuttale SZP, e l' angolo orario ZPS; da sì fatte determinazioni coll' ajuto della Trigonometria sferica si possono ricavare le determinazioni dell' arco ZP, e conseguentemente dell' altezza del polo OP, e dell' arco PS, e conseguentemente della declinazione SB della stella. Sicchè con misurare l' altezza AS della stella, e correggerla della refrazione conveniente,

te, l'angolo azzimuttale SZP , e' l tempo, che impiega la stella da S fino al meridiano, quando è dalla banda d'oriente, o dal meridiano fino ad S , quando è dalla banda d'occidente, e conseguentemente l'angolo orario SPZ ; si può senza bisogno della declinazione della stella determinare l'altezza del polo; anzi si può dalle medesime cose determinate ricavare la determinazione della detta declinazione.

A V V E R T I M E N T O VI.

Fig. 13 135. Contraffegnino finalmente d'un luogo terrestre HO l'orizzonte razionale, HZO il meridiano celeste, EQ l'equatore, P il polo visibile da tale luogo, Z il zenit, ed LM il parallelo descritto da una stella nelle rivoluzioni diurne, che s'interseca coll'orizzonte HO in A dal lato d'oriente. S'intendano per A menati l'arco PB del cerchio di declinazione, procedente per A , e l'arco ZA del cerchio verticale, che procede pure per A . Qualora è determinata la declinazione AB della stella, ed è determinata l'altezza OP del polo, e conseguentemente l'arco PZ ; nel triangolo sferico APZ sono noti tutt'i lati, cioè il lato AP in conseguenza della declinazione della stella, il lato PZ in conseguenza dell'altezza del polo del luogo, e' l lato AZ , come arco di quadrante. Sicchè si può coll'ajuto del-

della Trigonometria sferica calcolare e l'angolo azzimuttale PZA, e l'angolo APZ, e conseguentemente determinare e l'azzimutto AO della stella nello spuntare dall'orizzonte, e 'l tempo, che l'istessa stella impiega a descrivere l'arco semidiurno AL. Ecco in che modo, data per rispetto d'un luogo terrestre l'altezza del polo, e data la declinazione d'una stella, si può determinare l'azzimutto dell'istessa stella nel nascere relativamente all'istesso luogo, e conseguentemente l'amplitudine ortiva, e 'l tempo, in cui ella deve apparire mossa dall'oriente fino al meridiano, o la metà di quello, in cui deve apparire mossa sull'orizzonte. E perciò determinando del modo, che in seguito s'insegnerà, in qual momento del giorno civile la stella passa pel meridiano dalla parte superiore all'orizzonte, con facilità si determina in qual momento dell'istesso giorno nasce, e in quale altro tramonta; ma di ciò se ne insegnerà l'esatta calcolazione nella fine di questo libro.

CAP.

C A P. IX.

S' insegnano alcune operazioni fondamentali relativamente al Sole da premettere a tutte le altre.

P R O B L. XIII.

136. Determinare relativamente a un orologio esatto, adattato al moto delle stelle fisse, il momento del mezzogiorno coll' ajuto della linea meridiana.

S O L U Z I O N E.

Si notino con esattezza i tempi, che dimostra l'orologio, e quando l'immagine del Sole incomincia a toccare la meridiana con un suo lato, e quando cessa di toccarla col lato opposto.

La metà della somma di tali tempi dà il momento cercato del mezzogiorno relativamente all'orologio adoperato. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

ESEM.

E S E M P I O .

Sieno relativamente a un orologio , adattato al moto delle stelle fisse , il tempo dell' arrivo dell'immagine solare alla meridiana 11^{or.} . 59^{1.} . 28¹¹ , e' il tempo , in cui l' istessa immagine cessa di toccare la meridiana 3^{1.} . 19¹¹ , vale a dire 12^{or.} 3^{1.} . 19¹¹ .

G A L C O L O .

Tempo I ^o notato	-----	11 ^{or.} . 59 ^{1.} . 28 ¹¹
Tempo II ^o notato	-----	12 . 3 . 19
Somma	- - - - -	24 . 2 . 47
sua metà	- - - - -	12 . 1 . 23 ^{1/2}

Sichè relativamente all'orologio adoperato il mezzogiorno è a 12^{or.} . 1^{1.} . 23¹¹ $\frac{1}{2}$.

A V V E R T I M E N T O I .

137. Si noti che determinando relativamente all'istesso orologio il mezzogiorno del dì seguente , si trova non corrispondere al tempo determinato nel dì precedente , ma circa 4¹ più tardi , cioè quando l' orologio secondo l' esempio dato dinota non 12^{or.} . 1^{1.} . 23¹¹ $\frac{1}{2}$, ma 12^{or.} . 5^{1.} . 23¹¹ $\frac{1}{2}$.

CO.

COROLLARIO.

138. Quindi una rivoluzione diurna del Sole è più lunga d' una rivoluzione diurna delle stelle fisse di circa $4'$; e conseguentemente in ogni giorno il Sole resta relativamente alle stelle fisse di circa $4'$ all' oriente; vale a dire che quelle stelle, che oggi passano col Sole pel meridiano, dopo un mese vi passano circa due ore prima, dopo due mesi circa 4 ore prima; e così procedendo innanzi. Per la qual cosa ogni stella passa pel meridiano nel corso d' un anno una sola volta insieme col Sole, e non torna insieme a passarvi, se non dopo un anno; e conseguentemente le stelle nel corso dell' anno fanno una rivoluzione diurna di più del Sole.

AVVERTIMENTO II.

139. In seguito si vedrà che i giorni solari non hanno per tutto l' anno una costante misura: che di certa misura sono quattro volte l' anno, nel 10 di Febraro, nel 15 di Maggio, nel 26 di Luglio, e nel 2 di Novembre: e che da sì fatta misura vanno successivamente prima allontanandosi in difetto, e poscia avvicinandosi tanto dal 10 di Febraro fino al 15 di Maggio, quanto dal 26 di Luglio fino al 2 di Novembre;

e

D' ASTRONOMIA. III

e vanno poi successivamente prima allontanandosi in eccesso , e poscia avvicinandosi tanto dal 15 di Maggio fino al 26 di Luglio , quanto dal 2 di Novembre fino al 10 di Febraro .

P R O B L. XIV.

140. *Determinare coll' ajuto del quadrante astronomico l' altezza meridiana apparente del lembo del Sole inferiore , o superiore .*

S O L U Z I O N E .

1. Quando si conosce essere il Sole vicino a giugnere al meridiano , si metta il quadrante astronomico in sito esattamente verticale, e si dirigga il suo cannocchiale in modo al Sole , che il lembo di esso , di cui si vuole determinare l' altezza meridiana apparente , sia al filo orizzontale dell' istesso cannocchiale.

2. Si vada successivamente accompagnando col quadrante il movimento del Sole , e mantenendo sempre l' istesso suo lembo al medesimo filo ; e ciò si faccia , finchè la sua altezza segue a crescere .

L' altezza massima , che si ha , quando cessa di crescere , e incomincia a scemare , è l' altezza cercata del lembo del Sole . Ch' è ciò che bisognava determinare .

AV.

A V V E R T I M E N T O .

141. Se in diversi tempi dell' anno si determina l' altezza meridiana d' uno de' detti lembi, si trova tale altezza ora maggiore, e ora minore. Quanta, e quando tale altezza sia nel corso dell' anno la massima, quanta, e quando la minima, e quanta, e quando sia di mezzana grandezza, si determinerà in seguito.

P R O B L. XV.

142. *Determinare col quadrante astronomico il diametro apparente del Sole.*

S O L U Z I O N E .

Si misurino le altezze meridiane de' due lembi del Sole, cioè dell' inferiore, e del superiore nel medesimo giorno; il che si può fare o da due osservatori con due quadranti diversi, o da un solo osservatore diligente con un istesso quadrante, misurando l' altezza dell' uno immediatamente dopo misurata quella dell' altro, senza frapporre tra l' una, e l' altra misura tempo assai sensibile.

La differenza di tali altezze misurate dà il diametro apparente del Sole in minuti. Ch' è ciò, che bisognava determinare.

AV-

AVVERTIMENTO I.

143. Vi sono altri metodi di determinare il diametro del Sole ; però tali metodi s'infegneranno , quando saranno già premeffi i fondamenti di essi . E d' avvertire intanto che con determinare gli Astronomi il diametro del Sole in diversi tempi dell' anno , si sono accorti non apparire sempre dell'istessa grandezza , ed apparire della grandezza massima nella fine di Dicembre , della grandezza minima nella fine di Giugno , e della grandezza mezzana nella fine di Marzo ; e nel principio d' Ottobre . Co' metodi i più accurati s'è finalmente giunto a determinare il diametro apparente massimo di $32' . 35'' . 8$, il mezzano di $32' . 31'' . 4$, e' l minimo di $31' . 31''$. Intanto circa le misure di tale diametro ci rapportiamo a quelle , che si trovano registrate nelle tavole astronomiche del Signor de la Lande .

AVVERTIMENTO II.

144. Si noti che apparendo nel corso dell'anno il diametro del Sole ora di una grandezza , e ora di un' altra ; farà nel corso dell'anno il Sole ora a una distanza dalla terra , e ora ad un' altra . S' intendano essere OC , OA due distanze dalla terra , Fig. 14.

Tom. II.
H
al.

alle quali si trova il Sole in due tempi diversi dell' anno ; e sieno CE , AB gli archi de' cerchi esistenti nel piano dell' istesso meridiano , che occupa la grandezza del diametro solare alle due dette distanze : Sarà l'arco $CE = AB$: S'intendano tirati i raggi OE ; OB ; e' l raggio OB s'intenda prolungato in D : Sarà il diametro apparente del Sole alla distanza OA al diametro apparente del Sole alla distanza OC ; come l'arco CD all' arco CE : Ma $CD : CE = CD : AB = OC : OA$: Sicche il diametro apparente del Sole alla distanza OA sta al diametro apparente del Sole alla distanza OC ; come la distanza OC alla distanza OA :

COROLLARIO I.

145. Quindi le grandezze del diametro apparente del Sole nelle diverse distanze dalla terra sono in ragione reciproca delle medesime distanze. E perciò il Sole è alla distanza massima dalla terra nella fine di Giugno , alla distanza minima nella fine di Dicembre , e alla distanza mezzana nella fine di Marzo , e nel principio d' Ottobre .

COROLLARIO II.

146. Trovandosi il Sole nell' inverno relativamente all' emisfero settentrionale alla minima distanza dalla terra , e alla massima

fiava relativamente all' emisfero australe ; farà in pari circostanze l' inverno più rigido relativamente agli abitanti dell' emisfero australe , che relativamente agli abitanti dell' emisfero settentrionale .

A V V E R T I M E N T O III.

147. Si noti pure che in determinare il diametro apparente del Sole coll' ajuto delle altezze meridiane de' due detti lembi , non occorre tener conto nè della refrazione , nè della parallasse ; perchè tali altezze , essendo di picciola differenza , non possono ricevere e dalla refrazione , e dalla parallasse alterazioni sensibilmente diverse .

A V V E R T I M E N T O IV.

148. Si noti finalmente che , determinata qualunque altezza apparente del lembo inferiore , o superiore del Sole coll' ajuto del quadrante astronomico , e altezza meridiana , o non meridiana , si ha l' altezza apparente del suo centro , con aggiugnere all' altezza del lembo inferiore , o con togliere dall' altezza del lembo superiore la metà del diametro apparente del Sole della misura , che allora l' appartiene . Così se a 13 di Giugno del 1781 s' è trovata l' altezza apparente del lembo inferiore del Sole 3 ora prima del mezzogiorno di 52°. 18'. 35" ;

H 2 et

essendo in tal tempo il diametro apparente del Sole di $31^{\circ} . 31''$, e conseguentemente il raggio di $15^{\circ} . 45'' \frac{1}{2}$, farà l'altezza apparente del Sole nel detto tempo di $52^{\circ} . 34' . 20'' \frac{1}{2}$.

P R O B L. XVI.

149. *Determinare la parallasse orizzontale del Sole.*

S O L U Z I O N E .

1. Per più giorni prima della determinazione da fare si vada riducendo il moto d' un orologio esattamente al moto delle stelle fisse ; e nel giorno precedente alla determinazione della parallasse si determini coll' ajuto della meridiana relativamente al detto orologio il mezzogiorno .

Fig. 15. 2. Contraffegnino del luogo dell'osservazione HO l'orizzonte , HZO il meridiano, P il polo visibile , e Z il zenit . Quando il Sole si trova a qualche altezza sull' orizzonte , prima di giugnere al meridiano ; supposto essere allora ZA il verticale , in cui si trova il Sole , ed essere S il luogo vero , B il luogo ideale , e C il luogo apparente , si misurino col quadrante astronomico l'altezza apparente del lembo inferiore , o superiore del Sole , e l'angolo azimuttale SZP ; e si noti di più il tempo ,
che

che dimostra l'orologio.

3. Dell'altezza del detto lembo, e del conveniente semidiametro apparente del Sole se ne faccia la somma, o la differenza; e si ha l'altezza apparente AC del centro dell'istesso Sole, la quale, corretta della conveniente refrazione, dà l'altezza ideale AB; e questa, sottratta dagli gr. 90, dà la distanza dal zenit ideale ZB del medesimo centro.

4. S'aspetti quando il Sole giugne al meridiano, e relativamente al medesimo orologio si determini di nuovo il mezzogiorno coll'ajuto pure della meridiana. S'avrà in tempo sidereo il tempo impiegato dal Sole da S fino al meridiano; e dalli due mezzi giorni già determinati relativamente all'orologio si rileverà anche in tempo sidereo la lunghezza, che ha allora il giorno solare.

5. In ordine alla lunghezza del giorno solare determinata in tempo sidereo, al tempo sidereo, che impiega il Sole da S fino al meridiano, e alle 24 ore solari si trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo solare impiegato dal Sole da S fino al meridiano; il quale tempo, ridotto in gr., e minuti alla ragione di gr. 15 a ora, dà, supposto essere PS l'arco di cerchio orario procedente per S, l'angolo orario ZPS.

6. Nel triangolo sferico SZP, noti gli

H 3

an.

angoli SZP, SPZ, e'l lato PZ, complemento agli gr. 90 dell' altezza del polo, che si suppone già determinata, si determini coll' ajuto della Trigonometria sferica il lato SZ; il quale lato ZS, sottratto da ZB, dà la parallasse SB corrispondente alla distanza dal zenit ideale BZ.

7. Finalmente in ordine al seno della distanza dal zenit ideale ZB, al seno massimo, e alla parallasse SB già determinata si trovi il quarto proporzionale; darà tale quarto proporzionale la parallasse orizzontale del Sole cercata. Ch'è ciò, che bisognava determinare.

AVVERTIMENTO.

150. Vi sono altri metodi adoperati dagli Astronomi per determinare la parallasse orizzontale del Sole; però noi non gli esporremo, se non quando ne faranno sviluppati i fondamenti di essi. Ci contenteremo qui di soggiugnere che co' metodi i più accurati s'è giunto finalmente a determinare di 9" la parallasse orizzontale del Sole, qualora si trova alla distanza mezzana dal centro della terra.

COROLLARIO I.

151. S'è già dimostrato che le parallasse orizzontali d'un istesso corpo celeste alle di-

diverse distanze dal centro della terra sono in ragione reciproca delle medesime distanze (§ 40). S' è anche dimostrato che alle diverse distanze dal centro della terra il Sole ha i suoi diametri apparenti pure in ragione reciproca delle istesse distanze (§145). Dunque il Sole alle diverse distanze dal centro della terra ha le sue parallassi orizzontali in ragione de' suoi diametri apparenti. E perciò, essendo il diametro apparente del Sole alla distanza dal centro della terra

$$\begin{aligned} \text{massima} &= 31^{\text{I}} \cdot 31^{\text{II}} \\ \text{mezzana} &= 32^{\text{I}} \cdot 31^{\text{II}} \cdot 4 \\ \text{minima} &= 32^{\text{I}} \cdot 35^{\text{II}} \cdot 8; \end{aligned}$$

se in ordine a $32^{\text{I}} \cdot 31^{\text{II}} \cdot 4$, a $31^{\text{I}} \cdot 31^{\text{II}}$, e a 9^{II} si trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale $8^{\text{II}} \cdot 84$ dà la parallasse orizzontale del Sole alla massima sua distanza dal centro della terra. Similmente se in ordine a $32^{\text{I}} \cdot 31^{\text{II}} \cdot 4$, a $32^{\text{I}} \cdot 35^{\text{II}} \cdot 8$, e a 9^{II} si trova pure il quarto proporzionale; tale altro quarto proporzionale $9^{\text{II}} \cdot 15$ dà la parallasse orizzontale del Sole alla minima sua distanza dal centro dell' istessa terra.

COROLLARIO II.

152. Quindi la parallasse orizzontale del Sole si deve prendere di $9''$ circa la fine di Marzo, e circa il principio d' Ottobre , di $9''$. 15 circa la fine di Dicembre , e di $8''$. 84 circa la fine di Giugno.

COROLLARIO III.

153. Essendo in oltre la parallasse orizzontale d'un corpo celeste alla parallasse, che ha a qualunque altezza, come il seno massimo al seno della sua distanza dal zenit ; determinate le parallasse orizzontali del Sole nelle diverse stagioni dell'anno , è facile a determinare nel bisogno , secondo le diverse stagioni, la parallasse corrispondente a qualunque sua altezza . Così se si vuole determinare la parallasse , che ha oggi il Sole a 15 di Giugno all'altezza di 52° . $13'$. $18''$, o sia alla distanza dal zenit di 37° . $46'$. $42''$, basta cercare in ordine al seno massimo, al seno di 37° . $46'$. $42''$, e alla parallasse orizzontale di $8''$. 84 corrispondente alla fine di Giugno il quarto proporzionale; darà tale quarto proporzionale la parallasse cercata .

CO:

COROLLARIO IV.

154. Essendo di vantaggio il seno di 30° la metà del seno massimo; farà la parallasse del Sole all' altezza di 60° la metà della parallasse orizzontale, e conseguentemente di $4'' \frac{1}{2}$ circa la fine di Marzo, e circa il principio d' Ottobre, di $4''$. 57 circa la fine di Dicembre, e di $4''$. 42 circa la fine di Giugno.

COROLLARIO V.

155. Di più essendo circa la fine di Marzo, e circa il principio d' Ottobre la parallasse orizzontale del Sole di $9''$; se si fa come $9 : 1$, così il seno massimo al quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il seno della distanza dal zenit del Sole, alla quale distanza corrisponde nelle dette stagioni la parallasse di $1''$. Fatto il calcolo si trova tale distanza dal zenit di 60° . $22'$. $45''$. Sicchè circa la fine di Marzo, e circa il principio d' Ottobre la parallasse del Sole è di $1''$ all' altezza di 83° . $37'$. $15''$; e perciò ad altezza maggiore non è da tenerne conto. Similmente si trova essere la parallasse del Sole di $1''$ circa la fine di Dicembre all' altezza di 83° . $30'$. $17''$, e circa la fine di Giugno all' altezza di 83° . $43'$. $33''$.

CO.

COROLLARIO VI.

156. Finalmente , posta del Sole la distanza dal centro della terra = D , e la parallasse orizzontale = P , essendo $D = \frac{r}{P}$ ($57^{\circ} . 17' . 44''$) (§ 42); farà del Sole in semidiametri terrestri la distanza dal centro della terra

massima	=	23333
mezzana	=	22918
minima	=	32542.

Pel la qual cosa il Sole nella fine di Dicembre si trova più vicino alla terra, che nella fine di Giugno di 791 semidiametri terrestri; vale a dire, essendo il semidiametro terrestre di miglia italiane 3439, di miglia italiane 2720249.

P R O B L. XVII.

157. *Determinare in qualunque giorno dell'anno l'altezza meridiana vera del Sole coll'ajuto del quadrante astronomico.*

SOLUZIONE.

1. Si misuri coll' ajuto del quadrante l' altezza meridiana apparente del lembo inferiore, o superiore del Sole [§ 140); e se l' aggiunga , o se ne sottragga il semidiametro apparente della misura conveniente . S' avrà l' altezza apparente del centro del Sole .

2. Da sì fatta altezza apparente del centro , già determinata , se ne sottragga la corrispondente refrazione , e al residuo s' aggiunga la corrispondente parallasse .

S' avrà in tal modo l' altezza meridiana vera del Sole pel giorno dell' operazione .

Ch' è ciò , che bisognava determinare .

AVVERTIMENTO I.

158. Dell' istesso modo si può determinare qualunque altra altezza vera del Sole non meridiana .

AVVERTIMENTO II.

159. Si noti che se l' altezza meridiana vera del Sole , già determinata , si paragona coll' altezza dell' equatore anche determinata , la differenza di esse dà la declinazione , che ha il Sole nel mezzogiorno ; la quale declinazione dal 21 di Marzo fino al 22 di
Set-

Settembre è settentrionale, e nel resto dell'anno è meridionale.

AVVERTIMENTO III.

160. Se per tutto l'anno si vanno giorno per giorno determinando le declinazioni meridiane del Sole; si trova 1^o. che nel 21 di Marzo, e nel 22 di Settembre sono o affatto nulle, o picciolissime, comechè nulle qualche tempo prima, o dopo i mezzigiorni; 2^o. che nel 21 di Giugno, e nel 21 di Dicembre sono massime, ed eguali, sebbene l'una settentrionale, e l'altra meridionale; 3^o. che dal 21 di Marzo fino al 21 di Giugno procedono continuamente crescendo dalla banda settentrionale, e continuamente poi decrescendo dal 21 di Giugno fino al 22 di Settembre; 4^o. che dal 22 di Settembre fino al 21 di Dicembre procedono continuamente crescendo dalla banda meridionale, e continuamente poi decrescendo dal 21 di Dicembre fino al 21 di Marzo; e 5^o. finalmente che le ugualmente distanti e dalle massime, e dalla nulle si dalla banda settentrionale, che dalla banda meridionale sono tra esse uguali.

COROLLARIO.

161. Avendo non i cerchi minori, ma ogni cerchio massimo della sfera, inclinato all'

all'equatore con qualunque angolo, due punti della periferia alla periferia dell'equatore, e conseguentemente di niuna declinazione; due altri di declinazioni massime, uguali, e di specie opposte; e di uguali declinazioni gli ugualmente distanti e da quei, che non hanno declinazione alcuna, e da quei, che hanno declinazioni massime, sì dall'una, che dall'altra banda. Dunque il Sole nel corso dell'anno apparisce essere sempre nella periferia d'un cerchio massimo della sfera, e apparisce, rimanendo in ogni rivoluzione diurna all'oriente per riguardo delle stelle, descrivere tale periferia, procedendo dall'occidente verso l'oriente.

A V V E R T I M E N T O IV.

162. Si noti finalmente che il cerchio, per la cui periferia apparisce il Sole girare in un anno, procedendo dall'occidente all'oriente, s'è detto chiamarsi *eclittica*. Quale intanto sia il modo di determinare la posizione dell'eclittica relativamente all'equatore, s'insegnerà dopo aver insegnate più altre cose, che tale determinazione suppone.

CAP.

C A P. X.

S' insegna a determinare con esattezza relativamente a qualunque orologio a pendolo , conosciuta l' equabilità del suo moto , coll' ajuto delle altezze uguali del Sole il momento del mezzogiorno , e quanto a sì fatta determinazione ha immediato rapporto .

P R O B L. XVIII.

163. Determinare relativamente a un esatto orologio a pendolo in qualunque giorno dell' anno coll' ajuto di altezze uguali del Sole il momento del mezzogiorno .

S O L U Z I O N E .

1. Circa 2, o 3 ore prima del mezzogiorno, che a un di presso sempre si fa, si misuri col quadrante astronomico dalla banda orientale l' altezza del lembo del Sole inferiore, o superiore; e si noti il tempo, che dimostra allora l' orologio.

2°

2. Dopo mezzogiorno s'aspetti il ritorno dell'istesso lembo alla medesima altezza; e nel momento; in cui s'offerva accadere tale ritorno dalla banda occidentale, si noti pure il tempo, che dimostra l'orologio.

3. Supposto essere stato il tempo primo notato di $9^{\text{or.}} 58^{\text{i}} . 48^{\text{ii}}$; e' il tempo secondo di $2^{\text{or.}} 3^{\text{i}} . 36^{\text{ii}}$, si sommi il tempo primo $9^{\text{or.}} 58^{\text{i}} . 48^{\text{ii}}$ col tempo secondo, accresciuto di ore 12; cioè con $14^{\text{or.}} 3^{\text{i}} . 36^{\text{ii}}$; e della somma $24^{\text{or.}} 2^{\text{i}} . 24^{\text{ii}}$ se ne determini la metà $12^{\text{or.}} 1^{\text{i}} . 12^{\text{ii}}$. Sarà stato il mezzogiorno cercato, quando l'orologio adoperato dinotava $1^{\text{i}} . 24^{\text{ii}}$.

Ch'è ciò, che bisognava determinare.

AVVERTIMENTO I.

164. Gli Astronomi per sì fatte determinazioni non si contentano di due altezze uguali, ma ne prendono successivamente circa una diecina la mattina, ed altrettante uguali ad esse dopo il mezzogiorno; e dagli tempi notati in giugnere l'istesso lembo del Sole a ciascuna coppia di tali altezze uguali rilevano tante volte il mezzogiorno, quante volte l'addita il numero di sì fatte coppie di altezze. Or è difficile che non vi sia qualche leggiera differenza tra 'l tempo del mezzogiorno determinato in conseguenza d'una delle dette coppie di altezze, e quello, che viene determinato in conseguenza
di

di ciascuna delle altre coppie . Perciò sommano insieme tutt' i detti tempi , e la somma la dividono pel numero de' medesimi tempi sommati , per avere col quoziente il tempo cercato del mezzogiorno con maggiore esattezza . Così se relativamente a un orologio il mezzogiorno del 3 di Luglio è stato determinato in conseguenza di tre coppie di altezze uguali , e per la prima coppia s'è trovato accadere , quando l'orologio dinotava $1^{\text{h}} . 12^{\text{m}}$, per la seconda , quando dinotava $1^{\text{h}} . 15^{\text{m}}$, e per la terza quando dinotava $1^{\text{h}} . 8^{\text{m}}$. Effendo la somma di tali tre tempi $3^{\text{h}} . 35^{\text{m}}$, e 'l terzo di tale somma $1^{\text{h}} . 11^{\text{m}} \frac{1}{3}$; farà il mezzogiorno del 3 di Luglio accaduto , quando l'orologio dinotava $1^{\text{h}} . 11^{\text{m}} \frac{1}{3}$.

AVVERTIMENTO II.

165. Si noti che il tempo del mezzogiorno , determinato del modo già insegnato , non è esatto , ma ha bisogno di correzione . In fatti contraffegnino d' un luogo terrestre HO l'orizzonte razionale HZO il meridiano , P il polo visibile , e Z il zenit ; e contraffegnino di più A , e C i due luoghi veri del Sole ne' momenti , ne' quali si misurano due sue altezze uguali , una prima del mezzogiorno , e l'altra dopo . S'intendano per A , e C menati e gli archi ZB , ZD de' verticali , procedenti per A , e C ,
e gli

e gli archi PA, PC de' cerchi di declina-
zioni, procedenti pure per A, e C. Sarà
l'arco ZA = ZC. Se il Sole in procedere
da A a C, per effetto della rivoluzione
diurna, non mutasse declinazione, farebbe
l'arco PA = PC; onde ne' triangoli AZP,
CZP farebbero i tre lati AZ, ZP, PA ri-
spettivamente uguali agli tre CZ, ZP, PC;
e perciò farebbero uguali anche gli angoli
orarj APZ, CPZ. Sicchè quanto tempo il
Sole impiegherebbe ad apparire mosso da A fino
al meridiano, altrettanto ne impieghereb-
be ad apparir mosso dal meridiano fino
a C; e conseguentemente il mezzogior-
no caderebbe nella metà del tempo, in cui
il Sole apparirebbe mosso da A, esistente
nell'emisfero orientale, fino a C, esistente nell'
emisfero occidentale. Ma mutandosi la de-
clinazione del Sole durante tale tempo, non
è l'arco PA = PC; e perciò non è l' an-
golo orario APZ = CPZ. Onde il mezza-
giorno non può cadere precisamente nella
metà del detto tempo. Quindi il mezzogior-
no, determinato del modo già insegnato,
ha bisogno di correzione.

AVVERTIMENTO III.

166. Per avere intanto sì fatta corre-
zione, si deve procedere a questo modo.

1. Si debbono determinare i due angoli
orarj APZ, CPZ. 2. Si deve cercare il

Tom. II.

I

quar-

quarto proporzionale in ordine alla somma de' due angoli orarj APZ , CPZ , all' angolo orario APZ , e al tempo , che misura l' orologio intanto che il Sole apparisce mosso da A a C ; darà tale quarto proporzionale il tempo , in cui il Sole deve apparire mosso da A fino al meridiano. Si farà noto anche il tempo della traslazione del Sole dal meridiano fino a C. 3. Di tali due tempi determinati , cioè di quello della traslazione del Sole da A fino al meridiano , e dell' altro della traslazione dell' istesso Sole dal meridiano fino a C , se ne deve fare la differenza , e di tale differenza se ne deve prendere la metà . Darà tale metà di tempo la correzione cercata ; la quale correzione , per avere relativamente all' orologio adoperato il vero momento del mezzogiorno , è d'aggiugnere al tempo del mezzogiorno , determinato del modo insegnato nel probl. , qualora l' angolo APZ è maggiore di CPZ , ed è da sottrarre , qualora il detto angolo orario APZ è minore di CPZ .

A V V E R T I M E N T O I V .

167. Si noti di vantaggio che l' angolo orario APZ è maggiore di CPZ , quando AP è minore di CP ; ed è minore , quando AP è maggiore di CP . Sicchè , per avere il vero momento del mezzodì , la detta correzione è d'aggiugnere al tempo del mezzodì ,
de-

determinato del modo insegnato nel probl. , quando il Sole colla sua declinazione procede discostandosi dal polo visibile, cioè quando procede ne' segni discendenti, come accade relativamente a noi dal 21 di Giugno fino al 21 di Dicembre; ed è da sottrarre, quando l' istesso Sole colla sua declinazione procede avvicinandosi al polo visibile, cioè procede ne' segni ascendenti, come accade relativamente a noi dal 21 di Dicembre fino al 21 di Giugno.

COROLLARIO.

168. Quindi il mezzodì non divide esattamente in due parti uguali il tempo, che scorre dal nascere al tramontare del Sole, ma s'avvicina per rispetto di noi per quanto importa la detta correzione al nascere dal 21 di Dicembre fino al 21 di Giugno, e al tramontare dal 21 di Giugno fino al 21 di Dicembre.

AVVERTIMENTO V.

169. Resta solamente da vedere in che modo si debbono calcolare i due angoli orari APZ, CPZ; ed eccone il metodo. Misurate le due altezze apparenti uguali dell' istesso lembo del Sole, se ne rilevino le altezze vere AB, DC del centro dell' istesso Sole (§ 158). Si renderanno noti gli ari

chi AZ , CZ uguali. Onde ne' triangoli sferici AZP , CZP sono già noti in uno i lati AZ , ZP , e nell'altro i due lati CZ , ZP . Se in oltre, in misurare le dette altezze apparenti, si misurino anche gli angoli azzimuttali AZP , CZP ; si hanno allora ne' detti triangoli tutt'i dati necessarj per calcolare i detti angoli orarj: o pure se si determinano la declinazioni, che ha il Sole ne' momenti, ne' quali apparisce essere col suo centro ne' punti A , e C ; si rendono noti allora gli archi AP , CP , e si hanno conseguentemente pure ne' detti triangoli tutt'i dati necessarj per calcolare i medesimi angoli orarj. Quindi i detti angoli orarj APZ , CPZ si possono calcolare e coll'ajuto degli angoli azzimuttali AZP , CZP misurati, e coll'ajuto delle declinazioni del Sole, determinate relativamente agli momenti, ne' quali i suoi luoghi veri sono i punti A , e C . Premesse intanto tali cose, venghiamo ora ad esporre in che modo relativamente a un orologio a pendolo, conosciuto equabile nel suo movimento, si può determinare il vero momento del mezzogiorno, avvalendoci de' fondamenti già stabiliti. Perciò sia il

P R O B L. XIX.

170. *Insegnare il metodo di determinare per qualunque giorno dell'anno, e relativamente a un orologio a pendolo, conosciuto equabile nel suo*

fuò movimento, il vero momento del mezzogiorno coll' ajuto delle altezze uguali del Sole, e delle sue declinazioni.

S O L U Z I O N E.

Sia da doverfi determinare il vero momento del mezzodì del 5 di Luglio.

1. Si determinino a un di presso, secondo il metodo già insegnato, relativamente a un orologio a pendolo, e successivamente i mezzidì de' giorni 4, 5, e 6 di Luglio; e sieno quando l' orologio dinotava per rispetto del primo $3^{\circ} . 58''$, per rispetto del secondo $5^{\circ} . 15''$, e per rispetto del terzo $6'' . 32''$. Sicchè l'orologio in $24^{\text{or.}}$ accelera di $1^{\circ} . 17''$; vale a dire che misura il tempo da un mezzogiorno all'altro non con $24^{\text{or.}}$, ma con $24^{\text{or.}} . 1^{\circ} . 17''$.

2. Si determinino in tutti e tre i detti giorni le altezze meridiane vere del Sole; e da tali altezze si ricavino le declinazioni vere del Sole, e di quanto conseguentemente variano e dal mezzogiorno del dì 4 fino al mezzogiorno del dì 5, e dal mezzogiorno del dì 5 fino al mezzogiorno del dì 6.

3. Supposto che del dì 5 l' altezza del Sole prima del mezzogiorno sia stata osservata, quando l'orologio dimostrava $9^{\text{or.}} . 51' . 57''$; vale a dire $2^{\text{or.}} . 13' . 18''$ prima del mezzogiorno del dì 5, e conseguentemente $31^{\text{or.}} . 47' . 59''$ dopo il mezzogiorno del

di 4; e l' altezza dopo il mezzogiorno sia stata osservata, quando l' orologio dimostrava $2^{\text{or.}}$. $18^{\text{.}}$. $33^{\text{''}}$, vale a dire $2^{\text{or.}}$. $13^{\text{.}}$. $18^{\text{''}}$ dopo il mezzogiorno. Si trovi in ordine a $24^{\text{or.}}$. $1^{\text{.}}$. $17^{\text{''}}$, tempo misurato dall' orologio da un mezzodì all' altro, a $21^{\text{or.}}$. $47^{\text{.}}$. $59^{\text{''}}$, tempo misurato dall' istesso orologio dal mezzodì del giorno 4 fino al momento, in cui fu nel giorno 5 osservata l' altezza del Sole prima del mezzodì, e alla variazione della declinazione solare dal mezzogiorno del dì 4 fino al mezzogiorno del dì 5 il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà di quanto s' è variata la declinazione del Sole dal mezzodì del 4 fino al detto momento, in cui fu osservata l' altezza del Sole prima del mezzodì. E quindi si determina la declinazione del Sole per sì fatto momento; e conseguentemente, supposto essere stata in tale momento AB l' altezza vera del Sole, si determina l' arco AP. Similmente si trovi in ordine a $24^{\text{or.}}$. $1^{\text{.}}$. $17^{\text{''}}$, tempo misurato dall' orologio da un mezzogiorno all' altro, a $2^{\text{or.}}$. $13^{\text{.}}$. $18^{\text{''}}$, tempo misurato dall' istesso orologio dal mezzodì del 5 fino al momento, in cui fu nell' istesso giorno osservata l' altezza del Sole dopo il mezzodì, e alla variazione della declinazione solare dal mezzogiorno del 5 fino al mezzogiorno del 6 il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà di quanto s' è variata la declina-

zio;

zione del Sole dal mezzodì del 5 fino al detto momento, in cui fu osservata l'altezza del Sole dopo l'istesso mezzodì. E quindi si determina la declinazione del Sole per tale altro momento; e conseguentemente, supposto essere itata in sì fatto momento CD l'altezza vera del Sole, si determina l'arco CP.

4. Dalle altezze apparenti dell'istesso lembo del Sole, misurate nel dì 5, si ricavano le altezze vere del Sole AB, CD (§ 157). Si faranno note ancora le distanze vere dal zenit, cioè gli archi AZ, CZ.

5. Noti tutt' i lati sì nel triangolo sferico AZP, che nell'altro CZP, si determinino gli angoli orari APZ, CPZ coll'ajuto della Trigonometria sferica.

6. Si cerchi in ordine alla somma degli angoli orari APZ, CPZ, al solo angolo orario APZ, e al tempo misurato dall'orologio intanto che il Sole è proceduto da A fino a C il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo misurato dall'orologio durante l'andata del Sole da A fino al meridiano. Si fa noto anche il tempo misurato dall'istesso orologio durante l'andata del Sole dal meridiano fino a C.

7. Si determini la differenza di tali tempi, cioè del tempo misurato dall'orologio durante l'andata del Sole da A al meridiano, e dell'altro misurato dall'istesso orologio durante l'andata del Sole dal meridiano

fino a C ; e di tale differenza se ne prenda la metà. S'avrà in tal modo la correzione da dare al mezzogiorno a un di presso determinato.

8. Finalmente si fatta correzione, trovandosi il Sole nel proposto caso ne' segni discendenti, s'aggiunga al mezzogiorno del dì 5 di Luglio, già a un di presso determinato. La somma darà il vero mezzogiorno del detto dì relativamente all' orologio adoperato.

Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

171. Derivando la picciola differenza degli angoli orarj APZ , CPZ dalla differenza de' lati AP , CP , e questa dalla variazione, che soffre il Sole in declinazione in procedere nella rivoluzione diurna da A a C : se si cerca la variazione dell'angolo orario APZ , data la detta variazione di declinazione del Sole, o sia la variazione, che deve soffrire AP per divenire uguale a CP ; tale variazione dell'angolo orario APZ dà la differenza de' detti angoli orarj APZ , CPZ . Or pel § 139 della Trig. sferica sta

Var²

$$\frac{\text{var. AP} : \text{var. APZ} = 1 : \frac{\text{cotan. PZ}}{\text{sen. APZ}} \mp}{\text{tang. APZ}}$$

Sicchè

$$\text{var. APZ} =$$

$$\text{var. AP} \left(\frac{\text{cotan. PZ}}{\text{sen. APZ}} \mp \frac{\text{cotan. AP}}{\text{tang. APZ}} \right).$$

E perciò esprimendo *var. AP* la variazione, che soffre il Sole in declinazione, procedendo da A a C nella rivoluzione diurna, e che contraffeggiamo con *var. decl. sola.*; *cotan. PZ* la tangente dell' altezza del polo, o sia della latitudine del luogo, e che contraffeggiamo con *tang. latit.*; e *cotan. AP* la tangente della declinazione del Sole in A, e che contraffeggiamo con *tang. decl. sola.*; farà la differenza de' detti angoli orar; =

$$\text{var. decl. sola.} \left(\frac{\text{tang. latit.}}{\text{sen. ang. orar.}} \mp \frac{\text{tang. decl. sola.}}{\text{tang. ang. or.}} \right).$$

CO.

COROLLARIO.

172. Quindi, determinate le declinazioni, che ha il Sole, quando apparisce in A, e C, e conseguentemente determinata la differenza di sì fatte declinazioni, e calcolato del modo già insegnato l'angolo orario APZ, coll' ajuto della precedente formola si può calcolare la differenza degli angoli orarj APZ, CPZ: anzi se si cercherà in ordine al doppio dell'angolo orario APZ, accresciuto, o diminuito della determinata differenza d'ambidue, secondochè il Sole sarà ne' segni ascendenti, o discendenti, alla metà della medesima differenza, e al tempo misurato dall'orologio, durante il moto del Sole da A a C, il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale darà la correzione da dare al mezzogiorno, a un di presso determinato del modo insegnato nel § 163 relativamente all'orologio adoperato, o sia il tempo da togliere, o da aggiugnere, secondochè il Sole sarà ne' segni ascendenti, o discendenti, al detto mezzogiorno, per avere relativamente al medesimo orologio il vero, e preciso momento del mezzogiorno.

AV.

AVVERTIMENTO II.

173. Si noti che nella formola precedente ha luogo il segno — , quando AP è la differenza della declinazione del Sole dall' arco del quadrante , cioè che la declinazione è dal lato del polo visibile ; ed il segno + , quando AP è la somma del detto arco del quadrante , e della declinazione del Sole , cioè che la declinazione è dal lato del polo invisibile . E perciò relativamente a noi ha luogo il segno — dal 21 di Marzo fino al 22 di Settembre , e' l segno + dal 22 di Settembre fino al 21 di Marzo.

AVVERTIMENTO III.

174. Dinotando la formola già determinata la differenza de'detti angoli orarj ; perchè tali angoli s' accrescono , e si diminuiscono nella ragione di gr. 15 a ora , o sia della 24^{ma} parte del giorno solare ; perciò la 30^{ma} della medesima formola , ovve-

ro $\frac{1}{30}$ var. decl. fola. $\left(\frac{\text{tang. latit.}}{\text{sen. ang. orar.}} \mp \right)$

$\frac{\text{tang. decl. fola.}}{\text{tang. ang. orar.}}$) dà la formola della correzione in tempo dà dare al mezzogiorno con.

concluso in conseguenza di altezze corrispondenti del Sole.

AVVERTIMENTO IV.

175. Di tale formola ne hanno fatto uso il celebre de la Caille, e'l Sig^r. de la Lande in calcolare relativamente alla latitudine di Parigi, parte l'uno, e parte l'altro una tavola, dove si trovano registrate le correzioni da dare per tutto l'anno agli mezzodì da concludere in conseguenza di altezze corrispondenti del Sole, relativamente a tutte le longitudini del Sole, che incominciano dal grado zero, e procedono sempre coll' accrescimento di gr. 6, e agli tempi per ciascun mezzodì da concludere coll'ajuto di altezze corrispondenti del Sole da prendere colle distanze dal medesimo mezzodì di ore 1, $1\frac{1}{2}$, 2, $2\frac{1}{2}$, 3, $3\frac{1}{2}$, 4, $4\frac{1}{2}$, 5, $5\frac{1}{2}$, e 6. Si fatte calcolazioni però suppongono già determinata l'obliquità dell' eclittica, e determinate sì le declinazioni, che ha il Sole ne' detti gradi dell' eclittica, che le variazioni di esse in 24 ore, per avere le variazioni, che bisognano nella calcolazione della formola. Di più ogni angolo orario nelle medesime calcolazioni viene determinato in conseguenza del tempo, per cui si trova differire dal mezzogiorno quello, in cui sono determinate le altezze del Sole, che il fanno concludere.

AV-

AVVERTIMENTO V.

176. L'uso intanto di sì fatta tavola facilmente si comprende. Si supponga che si voglia determinare in Parigi relativamente a un orologio a pendolo, conosciuto equabile nel suo moto, il vero mezzodì d' un giorno qualunque dell'anno. Ecco in che modo si deve procedere. I°. Relativamente all' orologio si determini a un di presso il mezzodì da conoscere in conseguenza di due altezze corrispondenti del Sole, e di quanto differisce da tale mezzodì ciascuno de' tempi, che dimostra l' orologio in giugnere il Sole alle due altezze corrispondenti. Sia il mezzodì notato dall' orologio con $3^{\text{h}}. 42^{\text{m}}$, e sia la detta differenza di tempo di ore $2\frac{3}{4}$. II°. Si cerchi nell' Efemeridi il grado dell' eclittica, a cui corrisponde il Sole nel giorno della determinazione del mezzodì. Sia tale grado il 26^{mo} per esempio di cancro. III. Nella tavola delle correzioni del mezzodì si cerchi in corrispondenza delle ore $2\frac{1}{2}$ e la correzione corrispondente al gr. 24 di cancro, e l'altra corrispondente al gr. 30. Essendo la prima di sì fatte correzioni di $5^{\text{m}}. 7$, e l'altra di $7^{\text{m}}. 1$, sarà la differenza di esse di $1^{\text{h}}. 4$. E perchè la differenza del gr. 24 di cancro dal gr. 30 porta la differenza di $1^{\text{m}}. 4$ nella correzione del mezzodì, qualora le altezze corrispondenti del Sole

le sono offervate in tempi distanti dall'istesso mezzodì di ore $2\frac{1}{2}$; la differenza del gr. 24 di cancro dal gr. 26, qualora le altezze corrispondenti del Sole sono offervate in tempi distanti dal mezzodì di ore $2\frac{1}{2}$, porterà la differenza di 0^{11} . 5 nella detta correzione. E perciò la correzione del mezzodì corrispondente al gr. 26 di cancro, e alle ore $2\frac{1}{2}$ non è 5^{11} . 7, ma 6^{11} . 2. Similmente si trovi la correzione di 6^{11} . 6 corrispondente al gr. 26 di cancro, e alle ore 3. IV^o . Essendo la correzione del mezzodì corrispondente al gr. 26 di cancro, e alle ore $2\frac{1}{2}$ di 6^{11} . 2, e la corrispondente al gr. 26 di cancro, e alle ore 3 di 6^{11} . 6; farà la differenza di tali correzioni di 0^{11} . 4. E perchè la differenza delle ore $2\frac{1}{2}$ dalle ore 3 porta la differenza di 0^{11} . 4 nella correzione del mezzodì; la differenza delle ore $2\frac{1}{2}$ dalle ore $2\frac{3}{4}$ porterà nella detta correzione la differenza di 0^{11} . 2. Sicchè la correzione del mezzodì corrispondente al gr. 26 di cancro, e alle ore $2\frac{3}{4}$ non è di 6^{11} . 2, ma di 6^{11} . 4. Per la qual cosa il mezzodì del supposto giorno in Parigi è quando il supposto orologio dà non 3^1 . 43^{11} , ma 3^1 . 49^{11} . 4, essendo nel supposto esempio la correzione da aggiugnere, a cagione del segno di cancro, ch'è uno de' segni discendenti.

AVVERTIMENTO VI.

177. Per rendere il Signor de la Lande universale l'uso della detta tavola, ne ha data nella sua Astronomia due altre, calcolate relativamente a tutte le longitudini del Sole, che incominciano dal grado zero, e procedono coll' accrescimento sempre di gr. 10, e agli tempi per ciascun mezzodì da concludere coll' ajuto d' altezze corrispondenti del Sole da prendere colla distanza dal medesimo mezzodì di 1^{or.} . 40ⁱ, 2^{or.}, 2^{or.} . 20ⁱ, 2^{or.} . 40ⁱ, 3^{or.}, 3^{or.} . 20ⁱ, 3^{or.} . 40ⁱ, 4^{or.}. Nella prima di sì fatte tavole si trova registrata per ciascuna delle correzioni de' mezzidì la parte, che sommini-

stra il termine $\frac{2}{30}$ var. decl. sola. ($\overline{\text{—}}$

tang. decl. sola.

$\overline{\text{—}}$) , la quale è l' istessa per
tang. ang. orar.

tutte le latitudini, e registrata colla indicazione, che l'appartiene, di doverfi aggiugnere, o togliere dal mezzodì, determinato del modo già insegnato. Nell'altra poi si trova per ciascuna delle medesime correzioni registrata l'altra parte, che somministra l' altro

termine $\frac{1}{30}$ var. decl. sola. ($\frac{\text{tang. latit.}}{\text{sen. ang. orar.}}$)
del.

della medesima formola, lasciatovi solamente il fattore *tang. latit.*, ch'è diverso, secondochè si varia il luogo, e per cui a tenore della latitudine del luogo, dove occorre farne uso, si deve moltiplicare il numero conveniente di tale tavola; e si trova registrata anche coll'indicazione, che l'appartiene da aggiugnere, o sottrarre dal medesimo detto mezzogiorno. L'uso intanto di sì fatte due tavole facilmente si comprende da chi ha compreso l'uso di quella costrutta al medesimo uopo per Parigi.

AVVERTIMENTO VII.

178. Si noti di vantaggio che se nel triangolo sferico AZP, determinati i lati AZ, AP secondo s'è antecedentemente insegnato, e conosciuto anche il lato ZP, come uguale all'altezza dell'equatore, si determina l'angolo PAZ, detto dagli Astronomi *angolo parallattico*; perchè pel § 139 della Trig. sferica sta pure

$$\text{var. AP} : \text{var. APZ} = \text{sen. AP} \times \text{sen. PAZ} : R \times \text{cos. PAZ};$$

farà

$$\text{var. APZ} =$$

$$\frac{R \times \text{var. AP} \times \text{cos. PAZ}}{\text{sen. AP} \times \text{sen. PAZ}} =$$

$$\frac{R^2 \times \text{var. AP}}{\text{sen. AP} \times \text{sen. PAZ}}$$

_____ ; cioè la differenza
sen. AP \times *tang. PAZ*

$$\text{degli angoli orarj} = \frac{\text{quad. sen. maf.} \times \text{var. decl. sola.}}{\text{cos. decl. sola.} \times \text{tang.}}$$

_____. Quindi coll'ajuto di quest' ang. paral.

altra formola, calcolato l'angolo orario APZ, si può determinare pure la correzione del mezzogiorno, procedendo del modo insegnato nel § 172.

AVVERTIMENTO VIII.

179. Si noti finalmente che sapendo determinare relativamente a un orologio, conosciuto equabile nel suo movimento, il vero momento del mezzogiorno, è facile a determinare relativamente al medesimo orologio la giusta lunghezza di qualsivoglia giorno solare, e se tale orologio accelera, o ri-

Tom.II.

K

tar-

146 T R A T T A T O
tarda per rispetto del Sole . Perciò foggia-
gniamo il seguente

P R O B L. XX.

180. *Determinare relativamente a un orologio , conosciuto equabile nel suo movimento , la giusta lunghezza di qualsivoglia giorno solare; e determinare altresì se l'orologio per rispetto del Sole accelera , o ritarda in tale giorno , e di quanto .*

S O L U Z I O N E .

Si determini relativamente all'orologio il vero momento e del mezzodì , da cui incomincia il giorno da stabilirne la giusta lunghezza , e del mezzodì , in cui termina .

Il tempo , che misura l'orologio tra i due determinati mezzidì , dà relativamente a tale orologio la giusta lunghezza del giorno solare .

Se tale tempo viene dinotato con più di ore 24 , l'orologio allora accelera relativamente al moto del Sole ; e se viene dinotato con meno di ore 24 , allora ritarda : e di quanto il detto tempo dinotato dall'orologio eccede , o manca dalle ore 24 , di tanto relativamente al moto del Sole l'orologio nel giorno misurato accelera , o ritarda .

Ch'è ciò , che bisognava determinare .

CO.

COROLLARIO I.

181. Sia dall'orologio dinotato il vero momento del mezzodì, in cui incomincia il giorno 20 di Luglio con 3^1 , 43^{11} , e l' vero momento del mezzodì, in cui termina, pure con 3^1 , 43^{11} . Dunque l'orologio adoperato misura il 20 di Luglio con 24^{or} , e conseguentemente va col moto del Sole.

COROLLARIO II.

182. Sia poi dall'orologio dinotato il primo mezzodì del detto giorno con 3^1 , 43^{11} , e l' secondo con 5^1 , 11^{11} . Dunque in tale caso l'orologio misura il 20 di Luglio con 24^{or} , aggiuntovi l' eccello di 5^1 , 11^{11} sopra 3^1 , 43^{11} , o sia con 24^{or} , 1^1 , 28^{11} ; e conseguentemente l' orologio relativamente al Sole accelera di 1^1 , 28^{11} .

COROLLARIO III.

183. Sia finalmente dall'orologio dinotato il primo mezzodì dell' istesso detto giorno con 3^1 , 43^{11} , e l' secondo con 1^1 , 58^{11} . Dunque in tale altro caso l'orologio misura il 20 di Luglio con 24^{or} , toltone di quanto 1^1 , 58^{11} manca da 3^1 , 43^{11} , o sia con 23^{or} , 58^1 , 15^{11} ; e conseguentemente l' o-
K 2. rolo-

148 T R A T T A T O
orologio relativamente al Sole ritarda di 1° .
 45^{11} .

AVVERTIMENTO.

184. Si noti che se nel 20 di Luglio s'è osservato un fenomeno celeste, quando l'orologio dinotava $7^{\text{or.}}$. $15^{\text{p.}}$. 18^{11} ; ed intanto s'è trovato l'istesso orologio notare con $3^{\text{p.}}$. 43^{11} il vero mezzodì, da cui ha principiato tale giorno, e con $5^{\text{p.}}$. 11^{11} l'altro mezzodì, in cui è terminato: volendo sapere il vero tempo solare, in cui è accaduto il fenomeno, si deve procedere a questo modo. Essendo principiato il 20 di Luglio, quando l'orologio dava $3^{\text{p.}}$. 43^{11} ; se da $7^{\text{or.}}$. $15^{\text{p.}}$. 18^{11} se ne tolgono $3^{\text{p.}}$. 43^{11} , il residuo $7^{\text{or.}}$. $11^{\text{p.}}$. 35^{12} dà il tempo dinotato dall'orologio relativamente al mezzodì, o sia al principio del 20 di Luglio. In oltre misurando l'orologio il 20 di Luglio con $24^{\text{or.}}$. $1^{\text{p.}}$. 28^{11} , se in ordine a $24^{\text{or.}}$. $1^{\text{p.}}$. 28^{11} , a $24^{\text{or.}}$, e a 7° . $11^{\text{p.}}$. 35^{11} si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale $7^{\text{or.}}$. $11^{\text{p.}}$. 9^{11} dà il vero tempo solare cercato, cioè il vero tempo solare, in cui è accaduto nel 20 di Luglio il fenomeno celeste. Ecco in che modo si determina dagli Astronomi il vero tempo solare d'un'osservazione coll'ajuto d'un orologio, che non va regolato col moto del Sole; ed ecco nel tempo istesso il perchè gli Astro-

D' ASTRONOMIA. 149
Astronomi non cercano altro negli orologi a pendoli, se non l'equabilità del moto.

C A P. XI.

S' insegnano i modi di determinare gli equinozj coll' ascensione retta d' una stella, l'obliquità dell'eclittica, ed i solstizj.

P R O B L. XXI.

185. *Insegnare il modo di poter determinare l'equinozio di primavera, e l'ascensione retta d' una stella.*

S O L U Z I O N E.

Quando è vicino l'equinozio di primavera, adattato un orologio a pendolo al moto delle stelle fisse, si vadano giorno per giorno determinando sì il vero momento del mezzodì relativamente a tale orologio e coll' ajuto della meridiana, e coll' ajuto di altezze corrispondenti del Sole, che l'altezza meridiana vera dell' istesso Sole. Si conosceranno le lunghezze di tali giorni relativamente all' orologio, e le declinazioni meridiane

K 3 del

del Sole ne' medesimi giorni; le quali declinazioni prima dell'equinozio saranno tutte meridionali. Tali determinazioni si vadano continuando, finchè si abbia una declinazione meridiana del Sole o nulla, o di spezie opposta. Nel

C A S O I.

Si scelga nella notte seguente una stella, che passa pel meridiano circa 3 in 4 ore di notte, e coll'ajuto di altezze corrispondenti dell'istessa stella si determini relativamente al medesimo orologio il momento di tempo, in cui tale stella passa pel meridiano. S'avverta intanto che il tempo del passaggio della stella pel meridiano, determinato in conseguenza di sue altezze corrispondenti, non ha bisogno di correzione, come s'è detto relativamente al Sole; perchè la stella in ambedue le altezze corrispondenti serba l'istessa declinazione.

Il mezzodì, in cui la declinazione meridiana del Sole è stata nulla, dà il momento cercato dell'equinozio di primavera.

Il tempo poi misurato dall'orologio tra tale mezzodì, e'l passaggio della stella pel meridiano dà l'ascensione retta della stella in tempo sidereo; onde, ridotto tale tempo in gradi, e minuti alla ragione di gr. 15 a ora, si ha in gradi, e minuti l'ascensione retta della stella. Nel

CA:

C A S O II.

Contraffegnino LPQ il meridiano celeste Fig. 17 del luogo, EQ l'equatore celeste, LM l'eclittica, B il luogo del Sole nel mezzodì del 20 di Marzo per esempio, prima di giugnere al principio d'ariete A, e C il luogo del Sole nel mezzodì del 21 dopo scorso pel detto principio, ed S il sito della stella scelta. S' intenda essere P il polo settentrionale, e s'intendano menati gli archi PB, PD, PF di cerchi di declinazioni, precedenti per B, C, S. Dinoteranno BO la declinazione australe del Sole nel mezzodì del 20 di Marzo, e DC la declinazione settentrionale nel mezzodì del 21.

1. Si cerchi in ordine alla somma di BO, DC, a BO, e al tempo misurato dall'orologio dal mezzodì del 20 al mezzodì del 21 il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo misurato dall'istesso orologio dal mezzodì del 20 fino al momento dell'equinozio. E perciò se si fa come sta il tempo misurato dall'orologio dall' mezzodì del 20 fino al mezzodì del 21 al tempo misurato dal mezzodì del 20 fino al momento dell'equinozio, così ore 24 al quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo solare scorso dal mezzodì del 20 fino al momento dell'equinozio, e conseguentemente determina in tempo sola-

K 4 re

re l'equinozio di primavera.

2. Si determini nella seguente notte relativamente al medesimo orologio del modo detto nel caso 1. il momento del passaggio pel meridiano della stella S.

Darà il tempo misurato dall'orologio dal mezzodì del 21 fino al detto momento del passaggio della stella S pel meridiano il tempo, in cui per effetto della rivoluzione diurna scorre pel meridiano l'arco DQF dell'equatore. E perciò se a tale tempo s'aggiugne l'altro misurato dall'orologio dal momento dell'equinozio fino al mezzodì del 21, si ha il tempo misurato dall'orologio durante lo scorrere pel meridiano l'intero arco AQF dell'equatore, e conseguentemente si ha in tempo sidereo l'ascensione retta della stella S. Per la qual cosa, ridotto tale tempo in gradi, e minuti alla ragione di gr. 15 a ora, si ha in gradi, e minuti l'ascensione retta della stella S.

Ch'è quanto bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO.

186. Del modo già insegnato si può determinare anche l'equinozio d'autunno. Procediamo intanto ad insegnare in che modo, determinato l'equinozio di primavera, e determinata l'ascensione retta della stella S, si può determinare l'obliquità dell'eclittica. Perciò sia il

PRO:

P R O B L . XXII.

187. *Insegnare in che modo si può determinare l'obliquità dell'eclittica.*

S O L U Z I O N E .

1. Cinque, o sei giorni dopo determinato l'equinozio di primavera, e determinata l'ascensione retta della stella S , adattato un orologio a pendolo al moto delle stelle fisse, si determinino relativamente a tale orologio il vero momento del mezzodì, e'l momento, in cui nella notte seguente passa pel meridiano la stella S ; e si determini di più nell'istesso mezzodì l'altezza vera del Sole, e conseguentemente la sua declinazione meridiana. Sia G il luogo del Sole in sì fatto mezzodì, e per G s'intenda menato l'arco PH di cerchio di declinazione. Sarà nota la declinazione HG , che ha il Sole nell'istesso mezzodì, e sarà noto altresì il tempo misurato dall'orologio intanto che l'arco HQF dell'equatore è passato pel meridiano. Sicchè, ridotto tale tempo in gradi, e minuti in ragione di gr. 15 a ora, si rende noto in gradi, e minuti l'istesso arco HQF .

2. Si sottragga tale arco HQF dall'ascensione retta AQF della stella S , già prima determinata; il residuo rende nota l'ascen-

scensione retta AH del Sole nel detto mezzodi.

3. Finalmente nel triangolo sferico AHG, rettangolo in H, noti i lati AH, HG, si determini coll'ajuto della Trigonometria sferica l'angolo sferico HAG; s'avrà in tal modo l'obliquità dell'eclittica.

Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

A V V E R T I M E N T O I.

188. So che le ascensioni rette delle stelle non sono costanti, e che si vanno di continuo variando per tre cagioni, per la precessione degli equinozj, per l'aberrazione della luce, e per la nutazione dell'asse: però come le variazioni, che ricevono per sì fatte cagioni in pochi giorni sono affatto insensibili; così s'è supposta l'ascensione della stella S qui da noi come costante nel corso di cinque, o sei giorni. Di sì fatte cagioni intanto, che variano le ascensioni rette delle stelle, se ne tratterà ne' luoghi opportuni, e se ne daranno le giuste misure. Mi piace di più di foggjugnere qui che l'obliquità dell'eclittica si trova oggi di $23^{\circ} . 27' . 58'' . 4$: però anche essa è soggetta a certa picciola variazione. Del resto di sì fatta variazione ne tratteremo dopo sviluppati i fondamenti.

AV.

AVVERTIMENTO II.

189. Si noti che, conosciuta l'obliquità dell' eclittica, con determinare in ogni giorno la declinazione meridiana del Sole del modo già insegnato, si può per ogni giorno calcolare e l'ascensione retta meridiana del Sole, e la longitudine. E si noti altresì che prima del solstizio d'està, supposta HG la declinazione meridiana, con determinare nel triangolo AHG i lati AH, AG, si hanno l'ascensione retta, e la longitudine; che dopo il solstizio d'està, e prima dell'equinozio d'autunno, supposta FK la declinazione meridiana del Sole, con determinare nel triangolo KFX i lati XF, XK, si hanno i complimenti a gr. 90 dell'ascensione retta, e della longitudine; che dopo l'equinozio d'autunno, e prima del solstizio d'inverno, supposta NI la declinazione del Sole, con determinare nel triangolo XIN i lati XI, XN, si hanno gli eccessi sopra i gr. 180 dell'ascensione retta, e della longitudine; e che finalmente dopo il solstizio d'inverno, e prima dell'equinozio di primavera, supposta RT la declinazione del Sole, con determinare nel triangolo ART i lati AR, AT, si hanno i complimenti a gr. 360 dell'ascensione retta, e della longitudine.

AV.

A V V E R T I M E N T O III.

Fig. 18 190. S'intenda effere AE l'equatore, AF l'eclittica, S, e V due luoghi del Sole in due mezzidì suffecutivi, e PB, PC due cerchi di declinazioni procedenti per S, e V. S'intenda di più per S menato l'arco SD del parallelo, procedente per S. Effendo l'arco, che corre il Sole per l'eclittica in 24^{or.} circa un grado, senza errore sensibile si possono prendere gli archi SV, BC come uguali agli seni, e'l triangolo SDV come rettilineo, e rettangolo in D. Or effendo pel § 84 della Trig. sferica

$$\text{sen. SP} : \text{sen. SV} = \text{sen. V} : \text{sen. P};$$

farà

$$\text{sen. SP} : \text{SV} = \text{sen. V} : \text{BC};$$

E' anche per la Trig. piana, posto il seno massimo = R,

$$\text{SV} : \text{VD} = \text{R} : \text{cos. V};$$

Dunque

$$\text{sen. SP} : \text{VD} = \frac{\text{R} \times \text{sen. V}}{\text{cos. V}} : \text{BC};$$

ov,

ovvero.

$$\text{Sen. SP: VD} = \text{tang. V: BC.}$$

Ma pel § 81 della Trig. sferica è

$$\text{tang. V} = \frac{R \times \text{cotan. A}}{\text{cos. AV}}.$$

Sicchè

$$\text{sen. SP: VD} = \frac{R \times \text{cotan. A}}{\text{cos. AV}} : \text{BC,}$$

e conseguentemente

$$\text{BC} = \frac{R \times \text{VD} \times \text{cotan. A}}{\text{sen. SP} \times \text{cos. AV}}.$$

Per la qual cosa , esprimendo BC la variazione dell' ascensione retta del Sole in 24^{or.} , e DV la variazione della sua declinazione anche in 24^{or.} , sarà la variazione dell' ascensione retta del Sole in 24^{or.} =

$$\text{sen. mas.} \times \text{var. decl. sola.} \times \text{cotan. obbli. eclit.}$$

$$\text{cos. decl. sola.} \times \text{cos. long. sola.}$$

colla quale formola , adoperando i logaritmi , con facilità si può calcolare la variazione ,
che

che soffre in 24^{or} . l'ascensione retta del Sole, qualora sono dell'istesso Sole note la declinazione, la variazione di essa in 24^{or} , e la longitudine, ed è nota di più l'obliquità dell'eclittica.

AVVERTIMENTO IV.

191. Se dall'equinozio di primavera giorno per giorno si vanno determinando e le longitudini meridiane del Sole, e le ascensioni rette; nè le une, nè le altre si trovano procedere con uguali accrescimenti. I giornalieri avanzi delle longitudini si trovano procedere dal solstizio d'inverno fino al solstizio d'està successivamente diminuendosi, e dal solstizio d'està fino al solstizio d'inverno successivamente accrescendosi. L'istessa legge non s'osserva negli avanzi giornalieri delle ascensioni rette; e ciò perchè gli avanzi giornalieri delle longitudini incontrano le periferie de'cerchi di declinazioni, che passano per gli estremi di essi a distanze diverse dall'equatore. La legge intanto, che s'osserva negli avanzi giornalieri delle ascensioni rette, è la seguente. 1. Sono uguali quattro volte nel corso dell'anno, cioè nel 10 di Febbraro, nel 15 di Maggio, nel 26 di Luglio, e nel 2 di Novembre. 2. Dal 10 di Febbraro fino al 15 di Maggio, come anche dal 26 di Luglio fino al 2 di Novembre procedono prima

ma successivamente diminuendosi fino a certa misura , e poscia successivamente accrescendosi . 3. Dal 15 di Maggio fino al 26 di Luglio , come anche dal 2 di Novembre fino al 10 di Febraro procedono prima successivamente accrescendosi anche fino a certa misura , e poscia successivamente diminuendosi . 4. Finalmente due volte nell' anno sono massimi , una volta tra 'l 15 di Maggio , e 'l 26 di Luglio , e un'altra volta tra 'l 2 di Novembre , e 'l 10 di Febraro ; e due volte sono minimi , una volta tra 'l 10 di Febraro , e 'l 15 di Maggio , e un'altra volta tra 'l 26 di Luglio , e 'l 2 di Novembre .

AVVERTIMENTO V.

192. Contraffegnino di vantaggio AE l'equatore , AF l'eclittica , A il principio d'ariete , P il polo settentrionale , S , e V due luoghi del Sole in due mezzidì successivi , e PB , PC due archi di cerchi di declinazioni , precedenti per S , e V . E' chiaro che il Sole nel mezzodì , in cui si trova in S passa pel meridiano col punto B dell'equatore . Se restasse egli per 24^{or.} immobile in S , tornerebbe a passare pel meridiano , quando vi torna il punto B dell'equatore , cioè compita una rivoluzione diurna della sfera mundana , e conseguentemente compito il giorno sidereo . Ma il Sole torna
al

al meridiano, quando è giunto in V. Dunque vi torna col punto C dell'equatore; e conseguentemente tanto più tardi dell'intero giorno sidereo, quanto tempo esige l'arco BC dell'equatore, o sia l'avanzo giornaliero dell'ascensione retta sua a passare pel meridiano. Or gli avanzi giornalieri delle ascensioni rette del Sole sono nel corso dell'anno, secondo s'è già detto, quattro volte uguali, nel 10 di Febraro, nel 15 di Maggio, nel 26 di Luglio, e nel 2 di Novembre; dal 10 di Febraro fino al 15 di Maggio, come ancora dal 26 di Luglio fino al 2 di Novembre procedono prima successivamente diminuendosi fino a certo intervallo, e poscia successivamente accrescendosi; dal 15 di Maggio fino al 26 di Luglio, come anche dal 2 di Novembre fino al 10 di Febraro procedono prima successivamente accrescendosi fino a certo intervallo, e poscia successivamente diminuendosi; sono massimi due volte, cioè una volta tra 'l 15 di Maggio, e 'l 26 di Luglio, e un'altra volta tra 'l 2 di Novembre, e 'l 10 di Febraro; e finalmente sono minimi anche due volte, cioè una volta tra 'l 10 di Febraro, e 'l 15 di Maggio, e un'altra volta tra 'l 26 di Luglio, e 'l 2 di Novembre. Dunque il giorno solare, sebbene sia sempre maggiore del giorno sidereo, nondimeno non è d'una costante grandezza: anzi i giorni solari sono di certa mi-
su-

D' ASTRONOMIA. 161

fura quattro volte l'anno, nel 10 di Febbraro, nel 15 di Maggio, nel 26 di Luglio, e nel 2 di Novembre: dal 10 di Febbraro fino al 15 di Maggio, come anche dal 26 di Luglio fino al 2 di Novembre procedono prima successivamente allontanandosi in difetto dalla detta misura per certo intervallo, e poscia successivamente avvicinandosi: dal 15 di Maggio fino al 26 di Luglio, come anche dal 2 di Novembre fino al 10 di Febbraro procedono prima successivamente allontanandosi in eccesso dall' istessa misura per certo intervallo, e poscia successivamente avvicinandosi: sono massimi due volte, una volta tra' l' 15 di Maggio, e l' 26 di Luglio, e un'altra volta tra' l' 2 di Novembre, e l' 10 di Febbraro: e finalmente sono minimi pure due volte, una volta tra' l' 10 di Febbraro, e l' 15 di Maggio, e un'altra volta tra' l' 26 di Luglio, e l' 2 di Novembre.

AVVERTIMENTO VI.

193. Si noti finalmente che a suo luogo si tratterà della giusta misura del tempo, e s' insegnerà in che modo si determinano le vere lunghezze de' giorni ineguali dell'anno. Procediamo intanto ad insegnare in che modo si deve determinare il solstizio. Perciò sia il

P R O B L. XXIII.

194. *Insegnare il modo di determinare il solstizio d'està, o d'inverno.*

S O L U Z I O N E .

1. Tre, o quattro giorni prima del solstizio da determinare con esattezza, adattato un orologio a pendolo al moto delle stelle fisse, si determini il vero momento del mezzodì relativamente a tale orologio; e si determini altresì la vera altezza meridiana del Sole.

2. Dall'altezza meridiana già determinata si rilevi la declinazione meridiana del Sole; e in conseguenza di sì fatta declinazione, e dell'inclinazione già determinata dell'eclittica si calcoli l'ascensione retta del Sole pel medesimo mezzodì.

3. Si scelga nella seguente notte una stella, che passa pel meridiano circa la mezza notte; e relativamente all'istesso orologio si determini il vero momento del passaggio di tale stella pure pel meridiano.

4. Il tempo misurato dall'orologio tra i passaggi pel meridiano del Sole, e della stella si riduca in gradi, e minuti alla ragione di gr. 15 a ora. S'avrà in tal modo di quanto nel detto mezzodì l'ascensione retta del Sole manca da quella della stella.

On.

Onde , aggiuntavi l' ascensione retta già calcolata del Sole , si farà nota l' ascensione retta della stella .

5. Dall' ascensione retta della stella già determinata , la quale in pochi giorni non riceve sensibile variazione , si sottraggano gr. 90 ; il residuo darà la differenza dell' ascensione retta del Sole da quella della stella pel momento del solstizio .

6. Ne' giorni seguenti si vadano relativamente all' istesso orologio determinando i momenti de' passaggi del Sole , e della stella pel meridiano , e rilevandone le differenze delle ascensioni rette meridiane del Sole dall' ascensione retta della stella ; e ciò si vada facendo , finchè si giunga ad avere relativamente a un mezzodì la differenza dell' ascensione retta meridiana del Sole dall' ascensione retta della stella uguale alla differenza , che deve avere l' ascensione retta del Sole da quella della stella nel momento del solstizio ; o si giunga ad avere relativamente a un mezzodì la differenza dell' ascensione retta meridiana del Sole dall' ascensione retta della stella alquanto maggiore della differenza , che deve avere l' ascensione retta del Sole da quella della stella nel momento del solstizio , e relativamente al mezzodì seguente alquanto minore . Nel

C A S O I.

Il mezzodì , relativamente a cui si trova la differenza dell' ascensione retta meridiana del Sole dall' ascensione retta della stella uguale alla differenza , che deve avere l' ascensione retta del Sole da quella della stella pel momento del solstizio , dà il momento cercato dell' istesso solstizio . Nel

C A S O II.

Si chiamino A , e B i due mezzodì , tra quali va compreso il solstizio ; e si mettano la differenza dell' ascensione retta del Sole nel mezzodì A dall' ascensione retta della stella = D , la differenza dell' ascensione retta del Sole nel mezzodì B dall' istessa ascensione retta della stella = d , e la differenza dell' ascensione retta , che deve avere il Sole nel momento del solstizio da quella della stella = S . Se in ordine a $D-d$, a $D-S$, e a 24 ore solari si cerca il quarto proporzionale ; tale quarto proporzionale dà il tempo solare , che limita relativamente al mezzodì A il momento cercato del solstizio .

Ch'è ciò , che bisognava insegnare .

AVVERTIMENTO.

195. Si noti che la determinazione del solstizio del modo insegnato è difficile che si possa eseguire relativamente al solstizio d' inverno ; perchè è difficile allora che la stagione permetta di poter eseguire le dette operazioni in più giorni successivi.

 C A P. XII.

S' espongono i modi di poter determinare i tempi , che impiega il semidiametro del Sole in qualunque rivoluzione diurna a traversare il meridiano , qualsivoglia verticale , e l' orizzonte , o qualsivoglia suo parallelo.

P R O B L. XXIV.

196. *Trovare una formola generale per determinare in qualunque giorno il tempo , che impiega il semidiametro del Sole a traversare il meridiano .*

S O L U Z I O N E .

Fig. 19. Contraffegnino AE l'equatore, AF l'eclitica, P il polo visibile, PG il meridiano, S il centro del Sole nel momento, che tocca in O il meridiano col lembo anteriore, ed SD l'arco del parallelo, descritto dal detto centro intanto che il diametro del Sole traversa il meridiano. S'intendano per S, e D menati gli archi PB, PC di cerchi di declinazioni. E' chiaro che il diametro del Sole in tanto tempo traversa il meridiano, quanto tempo esige il centro del Sole per trasferirsi dall'orario PB all'orario PC, e conseguentemente quanto tempo esige per effetto della rivoluzione diurna a scorrere pel meridiano l'arco BC dell'equatore. Ed è chiaro altresì che SD, uguale in lunghezza al diametro del Sole, è della lunghezza d'un arco di cerchio massimo poco più di mezzo grado. Onde VS, e CB, come archi piccioli per rispetto delle intere periferie, senza sensibile errore si possono prendere per uguali agli seni di essi; e senza sensibile errore anche si può prendere SDV per triangolo rettilineo, e rettangolo in D. Or essendo pel § 84 della Trig. sferica

$$\text{sen. PS} : \text{sen. SV} = \text{sen. SVP} : \text{sen. SPV};$$

fa.

farà

$$\text{sen. PS} : \text{SV} = \text{sen. SVP} : \text{BC}.$$

E' di più per la Trig. piana, posto il seno massimo = R,

$$\text{SV} : \text{SD} = \text{R} : \text{sen. SVP}.$$

Dunque

$$\text{sen. PS} : \text{SD} = \text{R} : \text{BC}.$$

E perciò

$$\text{BC} = \text{R} \times \frac{\text{SD}}{\text{sen. PS}} = \text{R} \times \frac{\text{diam. fola.}}{\text{cos. decl. fola.}}$$

Per la qual cosa, riducendo BC in tempo solare alla ragione di gr. 15 a ora, farà la formola esprimente il tempo, in cui il diametro del Sole traversa il meridiano

$$= \text{R} \times \frac{\text{diam. fola.}}{15^\circ \times \text{cos. decl. fola.}}; \text{ e conseguente-}$$

mente la formola cercata, esprimente il tempo, in cui il semidiametro del Sole

$$\text{traversa il meridiano} = \text{R} \times \frac{\text{rag. fola.}}{15^\circ \times \text{cos. decl. fola.}}$$

Ch'è ciò, che bisognava trovare.

L 4

AV.

A V V E R T I M E N T O I.

197. Con tale formola è facile a determinare per qualunque giorno dell' anno il tempo da impiegare il semidiametro del Sole a traversare il meridiano, purchè sia data la declinazione dell' istesso Sole. E da notare però che siccome il semidiametro del Sole si ha in minuti primi, e secondi, e per la determinazione della formola conviene ridurlo sempre in minuti secondi; così i gr. 15, che si trovano nel denominatore dell' istessa formola, conviene pure ridurli in minuti secondi. Ed è anche da notare che il rotto, che risulta dalla determinazione di sì fatta formola, dinota sempre un rotto di ora; onde conviene ridurlo in minuti primi, e secondi di tempo solare a tenore delle regole dell' Aritmetica.

A V V E R T I M E N T O II.

198. Si noti pure che nel tom. I dell' *Astronomia* del Signor de la Lande alla pag. 372 si trovano tali tempi calcolati per tutto l' anno, affine d'averli pronti nel bisogno, quando occorre di dover conoscere l'arrivo del centro del Sole al meridiano, determinato l' arrivo all' istesso meridiano dal suo lembo.

AV.

AVVERTIMENTO III.

199. Si noti finalmente che l'istessa formola ci fa conoscere d' essere il tempo impiegato dal semidiametro del Sole a traversare il meridiano il massimo nel solstizio d' inverno ; sì perchè allora è massima la grandezza del semidiametro del Sole , come anche perchè è massima la declinazione dell' istesso Sole.

P R O B L. XXV.

200. *Trovare una formola generale per determinare, quando occorre, il tempo, che impiega il semidiametro del Sole a traversare un verticale.*

S O L U Z I O N E.

Contraffegnino ZF il verticale, A il centro del Sole, quando col primo lembo tocca il verticale in B, e C il centro del Sole, quando il tocca col secondo lembo in D. Contraffegnerà AC l'arco del parallelo descritto dal centro del Sole durante il tempo, in cui il diametro del Sole traversa il verticale ZF ; e contraffegnerà di più la sua metà AE l'arco dell'istesso parallelo descritto dal centro dal Sole, intanto che il raggio traversa il medesimo verticale. Or perchè

Fig. 20

chè, tirati i raggi AB , CD , per la picciolezza degli archi AE , EB relativamente alle intere periferie, alle quali appartengono, si può senza sensibile errore prendere ABE per un triangolo rettilineo, rettangolo in B ; farà, posto il seno massimo $= R$,

$$AE : AB = R : \text{sen. AEB.}$$

Dunque

$$AE = AB \times \frac{R}{\text{sen. AEB}}.$$

Si suppongano in oltre essere P il polo visibile, e PE l'arco del meridiano celeste procedente per E . Sarà l'angolo PEC retto; e perciò farà l'angolo PEZ il complemento al retto di DEC , e conseguentemente del suo uguale AEB . Or essendo nella rivoluzione diurna equabile il moto del Sole per AC ; farà $AB : AE$, come il tempo impiegato dal centro A del Sole a correre una lunghezza uguale ad AB al tempo impiegato a correre una lunghezza uguale ad AE , o come il tempo da impiegarsi dal semidiametro del Sole a traversare il meridiano PE al tempo da impiegarsi dall'istesso semidiametro a traversare il verticale

ZF.

R

$$ZF. Ma AB: AE = 1: \frac{R}{\text{sen. AEB}} = 1:$$

R

R

----- = 1: ----- ; ed il tempo
cos. PEZ \ \ *cos. ang. paral.*

po. impiegato dal semidiametro del Sole
 a traversare il meridiano PE è = R ×
 rag. sola .

----- . Sicchè il tempo ,
 15° × *cos. decl. sola* .

che impiega il semidiametro del Sole a tra-
 versare il verticale ZF , o sia la formola
 per determinare sì fatto tempo è = R² ×
 rag. sola .

 15° × *cos. ang. paral.* × *cos. decl. sola* .
 Ch'è ciò, che bisognava trovare. ✓

COROLLARIO.

201. Per calcolare adunque il tempo',
 che impiega il semidiametro del Sole a tra-
 versare un verticale qualunque ZF , è neces-
 sario aver nota la declinazione del Sole ,
 quando col suo centro è in ZF , e avere no-
 to l'angolo parallattico PEZ , che allora li
 corrisponde .

AV-

A V V E R T I M E N T O :

202. Si noti che , determinati del Sole, quando è in ZF , la vera altezza , e la declinazione , si hanno nel triangolo sferico EZP noti tutt' i lati. Sicchè coll' ajuto della Trigonometria sferica si può allora calcolare l' angolo parallattico PEZ.

P R O B L. XXVI.

203. *Trovare una formola generale per determinare , quando occorre , il tempo , che impiega il semidiametro del Sole a traversare l'orizzonte , o qualunque suo parallelo .*

S O L U Z I O N E .

Fgi. 21 Contraffegnino HO l'orizzonte , o qualunque suo parallelo , A il centro del Sole , quando col primo lembo tocca HO in B , e C il centro del Sole, quando il tocca col secondo lembo in D . Contraffegnerà AC l' arco del parallelo descritto dal centro del Sole durante il tempo , in cui il diametro del Sole traversa il medesimo cerchio HO ; e contraffegnerà di più la sua metà AE l' arco dell'istesso parallelo descritto dal centro del Sole, intanto che il raggio traversa il medesimo cerchio HO . Or perchè , tirati i raggi AB, CD, per la picciolez-

lezza degli archi AE, EB relativamente alle intere periferie, alle quali appartengono, si può senza sensibile errore prendere ABE per un triangolo rettilineo, e rettangolo in B; farà, posto il seno massimo = R,

$$AE : AB = R : \text{sen. AEB}.$$

Dunque

$$AE = AB \times \frac{R}{\text{sen. AEB}}.$$

Si suppongano in oltre essere P il polo visibile, Z il zenit del luogo, PE l'arco del meridiano celeste procedente per E, e ZE l'arco del verticale procedente pure per E. Sarà retto sì l'angolo PEA, che l'angolo ZEO. Onde l'angolo AEB è uguale all'angolo parallattico PEZ. Or essendo nella rivoluzione diurna equabile il moto del Sole per AC; farà AB : AE, come il tempo impiegato dal centro A del Sole a correre una lunghezza uguale ad AB, al tempo impiegato a correre una lunghezza uguale ad AE, o come il tempo da impiegarsi dal semidiametro del Sole a traversare il meridiano PE al tempo da impiegarsi dall'istesso semidiametro a traversare il cerchio

HO.

$$\text{HO. Ma } AB: AE = 1: \frac{R}{\text{sen. AEB}} = 1:$$

R

R

$\frac{R}{\text{sen. PEZ}} = 1: \frac{R}{\text{sen. ang. paral.}}$; ed il tempo impiegato dal semidiametro del Sole a traversare il meridiano PE è $= R \times$
rag. sola.

$\frac{R}{15^\circ \times \text{cos. decl. sola.}} = 1: \frac{R}{\text{sen. ang. paral.}}$. Sicchè il tempo, che impiega il semidiametro del Sole a traversare il cerchio HO, o sia la formola per determinare sì fatto tempo è $= R^2 \times$
rag. sola.

$\frac{R^2 \times \text{cos. decl. sola.} \times \text{sen. ang. paral.}}{\text{Ch'è ciò, che bisognava trovare.}}$

COROLLARIO.

204. Si metta il tempo impiegato dal semidiametro del Sole a traversare l'orizzonte, o qualunque suo parallelo, ovvero il filo orizzontale del cannocchiale del quadrante $= T$; sarà $T =$
rag. sola.

$$R^2 \times \frac{\text{cos. decl. sola.} \times \text{sen. ang. paral.}}{15^\circ \times \text{cos. decl. sola.} \times \text{sen. ang. paral.}}$$

E per.

E perciò

$$\frac{\text{sen. ang. paral.} =}{\text{rag. fola.}}$$

$$R^2 \times \frac{\text{-----}}{15^\circ \times \text{cos. decl. fola.} \times T}$$

Quindi, dati del Sole il semidiametro, la declinazione, e 'l tempo, che impiega coll'istesso suo semidiametro a traversare il filo orizzontale del cannocchiale del quadrante, è facile colla formola trovata determinare l'angolo parallattico, che allora l'appartiene.

AVVERTIMENTO.

205. Si noti che dove l'altezza del polo eccede i $45^\circ . 31'$, ovvero l'altezza dell'equatore, e conseguentemente l'angolo AEB è minore di $44^\circ . 29'$; perchè ivi AE eccede i $45'$, e AC eccede $1^\circ . 30'$, e conseguentemente il tempo impiegato dal Sole a correre AC eccede i $6'$, non è ivi da potere senza errore sensibile prendere AC per una retta, e 'l triangolo ABE per rettilineo. Sicchè della formola trovata per calcolare il tempo, che impiega il semidiametro del Sole a traversare col moto diurno l'orizzonte, o qualunque suo parallelo, se ne può far uso in tutt' i luoghi terrestri
di

176 T R A T T A T O
di minor latitudine di $45^{\circ} . 31'$, e non di
latitudine maggiore.

C A P. X I I I .

*Si sciolgono più problemi relativamente
al moto annuo del Sole.*

P R O B L. X X V I I .

206. *Insegnare , data l' obliquità dell'
eclittica , e data la declinazione del Sole , i
modi di determinare l' ascensione retta dell' istes-
so Sole , la sua longitudine , e l' angolo , che
l' eclittica forma col cerchio di declinazione .*

S O L U Z I O N E .

Fig. 17 *Contrassegnino LPQ il meridiano celeste,
EQ l' equatore , LM l' eclittica , A il prin-
cipio d' ariete , X il principio di libra , G
il luogo del Sole , P il polo settentrionale ,
PH l' arco del cerchio di declinazione , pro-
cedente per G . Saranno nel triangolo sferi-
co AHG , rettangolo in H , noti , oltre il
detto angolo retto , l' angolo HAG , obbli-
quità dell' eclittica , e l' cateto opposto HG ,
de-*

D' ASTRONOMIA. 177
 declinazione del Sole. Si metta il seno massimo = R.

I.

Per determinare l'ascensione retta AH.

Si faccia pel § 71 della Trig. sfer. la seguente proporzione:

Log. tan. HAG : Log. R = Log. tan. HG : Log. sen. AH ; e si determini l'ascensione retta AH.

II.

Per determinare la longitudine AG.

Si faccia pel § 71 della Trig. sfer. la proporzione seguente:

Log. sen. HAG : Log. sen. HG = Log. R : Log. sen. AG ; e si determini la longitudine AG.

III.

Per determinare l'angolo AGH.

Si faccia pel § 77 della Trig. sfer. la proporzione seguente:

Log. cos. HG : Log. cos. HAG = Log. R : Log. sen. AGH ; e si determini l'angolo AGH.

Tom. II.

M

Ch'

Ch'è quanto bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

207. Se la declinazione data compete al Sole tra 'l solstizio d' està , e l' equinozio d' autunno ; supposto essere FK tale declinazione , si deve in tal caso operare relativamente al triangolo XFK ; e si ha con XF il complimento a 180° dell' ascensione retta , e con XK il complimento pure a 180° della longitudine . Se poi la data declinazione compete al Sole tra l' equinozio d' autunno , e 'l solstizio d' inverno ; supposto essere IN tale declinazione , in tale altro caso si deve operare sul triangolo XIN ; e si ha con XI l' eccello su 180° dell' ascensione retta , e con XN l' eccello pure su 180° della longitudine . Se finalmente la data declinazione compete al Sole tra 'l solstizio d' inverno , e l' equinozio di primavera ; supposto essere RT tale declinazione , in tale altro caso si deve operare sul triangolo ART ; e si ha con AR il complimento a 360° dell' ascensione retta , e con AT il complimento pure a 360° della longitudine .

AVVERTIMENTO II.

208. Si noti che con determinare l' angolo AGH , o XKF , o XNI , o ATR , secondo i detti diversi casi , si ha anche l' an-
go-

golo, che formano nel punto dell' eclittica , in cui si trova il Sole , il cerchio di latitudine , e' il cerchio di declinazione , procedenti pel medesimo punto ; perchè tale angolo , detto *angolo di posizione* , essendo il cerchio di latitudine perpendicolare all' eclittica , è sempre il supplimento al retto dell' angolo formato dall' eclittica col cerchio di declinazione , o del verticale di esso . E si noti altresì che de' lati , che formano l' angolo di posizione , quello , che appartiene al cerchio di latitudine , è sempre all' oriente dell' altro verso il polo boreale , qualora il Sole è ne' segni discendenti , come è facile ad avvertire .

A V V E R T I M E N T O . III.

209. S'è già insegnato nel § 159 il come si determinano le declinazioni meridiane del Sole , che ordinariamente occorrono per gli usi astronomici . Non sarà fuori di proposito insegnare qui in che modo si può anche determinare la declinazione , che ha il Sole in qualunque altro tempo , diverso dal mezzodì . Sia per esempio da doverfi determinare la declinazione , che ha il Sole nel tempo solare 3^{or.} . 15^{1.} . 14¹¹ prima del mezzodì del 22 di Agosto , ovvero nel tempo solare 20^{or.} . 44^{1.} . 46¹¹ dopo il mezzodì del 21 del detto mese . Eccone il metodo . I. Si determinino le declinazioni meri-

diane del Sole e nel dì 21, e nel dì 22; e se ne rilevi la variazione in 24^{or.} solari. 2. Si cerchi in ordine a 24^{or.}, a 20^{or.}. 44¹. 46¹¹, e alla variazione già determinata della declinazione in 24^{or.} il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà di quanto varia la declinazione del Sole dal mezzodì del 21 fino al tempo di 20^{or.}. 44¹. 46¹¹ dopo tale mezzodì. 3. Finalmente, andando in tale tempo la declinazione del Sole decrescendo, il quarto proporzionale determinato si sottragga dalla declinazione meridiana del dì 21, il residuo darà la declinazione cercata del Sole.

A V V E R T I M E N T O I V.

210. Si può determinare anche la declinazione, che ha il Sole in qualsiasi giorno relativamente a qualunque punto della sua altezza in quest'altro modo. Contraffegnino Fig. 16 HZO il meridiano, HO l'orizzonte, Z il zenit, e P il polo settentrionale; e sia in A il Sole, quando si vuole conoscere la sua declinazione. S'intenda essere ZB l'arco del verticale procedente per A. Si misurino l'altezza vera AB del Sole, e l'angolo azimuttale AZP. Supposto essere PA l'arco del cerchio di declinazione, procedente pure per A, nel triangolo sferico AZP si hanno noti i due lati AZ, ZP, e l'angolo compreso AZP. Dunque coll'ajuto della Trig.

Trig. sfer. si può determinare AP. Se, determinato l'arco AP, si sottrae tale arco da 90° , qualora il Sole è ne' segni settentrionali, o da AP si sottraggono 90° , quando il Sole è ne' segni australi, si ha nell' uno, e nell' altro caso la declinazione del Sole, qualora si trova in A.

AVVERTIMENTO V.

211. Si noti di più che l' istessa determinazione può eseguirsi in quest'altro modo. Sia da doverli determinare la declinazione del Sole a una sua altezza prima del mezzogiorno del 23 di Agosto. 1. Relativamente a un esatto orologio a pendolo si determini anticipatamente il vero momento del mezzodì del 22 del detto mese. 2. Nel dì 23 si determini l'altezza vera AB del Sole, e si noti allora il tempo che l' istesso orologio dimostra. 3. Nel medesimo giorno relativamente al medesimo orologio si determini il vero momento del mezzodì. Si faranno noti l' arco AZ, il tempo misurato dall' orologio dal mezzodì del 22 fino al mezzodì del 23, e 'l tempo misurato durante il moto del Sole da A fino al meridiano. 4. In ordine al primo de' detti tempi, al secondo, e agli gr. 360 si trovi il quarto proporzionale; si ha con tale quarto proporzionale in gradi, e minuti la misura dell'angolo orario APZ. 5. Noti si-

nalmente nel triangolo sferico AZP i lati AZ , ZP , e l'angolo APZ , si determini coll'aiuto della Trig. sfer. il lato AP . S'avrà in conseguenza di tale determinazione la declinazione cercata.

A V V E R T I M E N T O VI.

212. Si noti finalmente che sebbene l'ascensione retta del Sole si determina ordinariamente in conseguenza della sua declinazione: nondimeno accade qualche volta che si abbia per altra via. Quindi non è fuori di proposito insegnare in che modo, data l'ascensione retta del Sole, si possa da essa rilevare la declinazione dell'istesso Sole, la longitudine, e l'angolo formato dall'eclittica col cerchio di declinazione. Perciò sia il seguente

P R O B L. XXVIII.

213. *Insegnare, data l'obliquità dell'eclittica, e data l'ascensione retta del Sole, i modi di determinare la declinazione dell'istesso Sole, la sua longitudine, e l'angolo, che forma l'eclittica col cerchio di declinazione.*

S O L U Z I O N E.

Fig.17 Sia l'istesso che s'è supposto nel probl. precedente. Saranno nel triangolo sferico
AHG

AHG, rettangolo in H, noti, oltre l'angolo retto in H, l'angolo HAG, obliquità dell'eclittica, e'l cateto adiacente AH, ascensione retta del Sole. Si metta pure il seno massimo = R.

I.

Per determinare la declinazione HG.

Si faccia pel § 71 della Trig. sfer. la seguente proporzione:

Log. R : Log. tan. HAG = Log. sen. AH : Log. tan. HG ; e si determini la declinazione HG.

II.

Per determinare la longitudine AG.

Si faccia per l'istesso § 71 citato la seguente altra proporzione:

Log. cos. HAG : Log. tan. AH = Log. R : Log. tan. AG ; e si determini la longitudine AG.

III.

Per determinare l'angolo AGH.

Si faccia pel § 77 della Trig. sfer. la proporzione, che segue:

M 4

Log.

Log. R : *Log. sen. HAG* = *Log. cof. AH* : *Log. cof. AGH* ; e si determini l'angolo *AGH*.

Ch'è quanto bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO.

214. Si noti che se l'ascensione retta del Sole sarà maggiore di gr. 90 , e minore di gr. 180 , si prenderà il suo complemento agli gr. 180 , e si risolverà il triangolo *XFK*. In tale caso però con *FK* s'avrà la corrispondente declinazione settentrionale del Sole , e con *KX* s'avrà il complemento agli gr. 180 della longitudine . Se poi l'ascensione retta sarà maggiore di gr. 180 , e minore di gr. 270 , si prenderà il suo eccesso su i gr. 180 , e si risolverà il triangolo *XIN* . In tale altro caso con *IN* s'avrà la corrispondente declinazione australe del Sole , e con *XN* s'avrà l'eccesso della longitudine su i gr. 180 . Se finalmente l'ascensione retta sarà maggiore di gr. 270 , e minore di gr. 360 , si prenderà il suo complemento agli gr. 360 , e si risolverà il triangolo *ART* . In tale ultimo caso s'avrà con *RT* la corrispondente declinazione australe del Sole , e con *AT* s'avrà il complemento agli gr. 360 della longitudine .

PRO.

P R O B L. XXIX.

215. *Insegnare, data l'obliquità dell'eclittica, e data la longitudine del Sole, i modi di determinare la declinazione dell'istesso Sole, la sua ascensione retta, e l'angolo, che forma l'eclittica col cerchio di declinazione.*

S O L U Z I O N E.

Sia pure l'istesso, che s'è supposto nel probl. 27. Saranno nel triangolo sferico AHG, rettangolo in H; note, oltre l'angolo retto in H, l'obliquità dell'eclittica HAG, e l'ipotenusa AG, longitudine del Sole. Si metta anche il seno massimo = R.

I.

Per determinare la declinazione HG.

Si faccia pel § 71 della Trig. sfer. la seguente proporzione:

$\text{Log. R} : \text{Log. sen. AG} = \text{Log. sen. HAG} : \text{Log. sen. HG}$; e si determini la declinazione HG.

II.

II.

Per determinare l'ascensione retta AH.

Si faccia per l'istesso citato paragrafo della *Trigon. sfer.* la seguente altra proporzione:

Log. R: Log. tan. AG = Log. cos. HAG: Log. tan. AH; e si determini l'ascensione retta AH.

III.

Per determinare l'angolo AGH.

Si faccia pel § 77 della *Trig. sfer.* la proporzione, che segue:

Log. R: Log. tan. HAG = Log. cos. AG: Log. cot. AGH; e si determini l'angolo AGH. Ch'è quanto bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

216. Si noti che ciò, che s'è detto nel § 214 relativamente alla declinazione, e alla longitudine del Sole, qualora si debbono calcolare in conseguenza dell'ascensione retta data, si deve intendere come detto anche relativamente alla declinazione, e all'ascensione retta, qualora si vogliono calcolare in conseguenza della data longitudine.

AV.

AVVERTIMENTO II.

217. Si noti anche che coll' ajuto dell' esposto probl. si sono calcolate le ascensioni rette, e le declinazioni del Sole corrispondenti a tutt' i diversi gradi dell' eclittica, e si hanno registrate nelle Tavole astronomiche di Cassini, di Halley, di de la Hire, e nella conoscenza de' moti celesti del 1766: anzi nell' Efemeridi di Desplaces si hanno corrispondenti a tutt' i minuti dell' eclittica; il che è di grandissimo comodo per coloro, che calcolano Efemeridi; tanto più che le ascensioni rette vi si trovano e in tempi, e in gradi.

AVVERTIMENTO III.

218. Si noti finalmente che le ascensioni rette, e le declinazioni del Sole, che si hanno nell' Efemeridi di Desplaces, hanno somministrata un' altra tavola, intitolata *riduzione dell' eclittica all' equatore*. Tale tavola, calcolata dal Signor de la Caille, e inserita nelle sue tavole del Sole, e conseguentemente nelle Tavole astronomiche del Sig. de la Lande, contiene le differenze delle ascensioni rette del Sole dalle corrispondenti longitudini, e differenze convenienti a tutte le longitudini, che procedono dalla longitudine zero fino alla longitudine di gr. 360
col.

C A P. XIV.

S' espongono più problemi relativamente alle determinazioni delle ascensioni rette, delle declinazioni, delle longitudini, e delle latitudini delle stelle fisse.

P R O B L. XXX.

219. Insegnare il modo di determinare in qualunque tempo coll' ajuto d' osservazioni l' ascensione retta di qualsivisia stella, supposta già determinata l' obliquità dell' eclittica.

S O L U Z I O N E.

1. S' accomodi un orologio a pendolo al moto delle stelle fisse, e relativamente a tale orologio si determini il vero momento del mezzodì; e si determini altresì per l'istesso mezzodì la vera altezza meridiana del Sole (§157). S' avrà la declinazione del Sole pel medesimo mezzodì (§159).

2. In conseguenza della declinazione del
So-

Sole già determinata, e dell'obliquità dell'eclittica si calcoli l'ascensione retta del Sole per l'istesso mezzodì (§206).

3. Nella notte seguente relativamente al medesimo orologio si determini il vero momento del passaggio della stella pel meridiano; ed il tempo notato dall'orologio tra sì fatto momento, e quello del mezzodì determinato si riduca in gradi, e minuti alla ragione di gra. 15 a ora . S'avrà in tal modo la differenza dell' ascensione retta determinata del Sole dall' ascensione retta , che ha allora la stella .

4. Finalmente s'aggiunga all' ascensione retta determinata del Sole sì fatta differenza d'ascensioni rette . La somma darà l'ascensione retta, che ha in tal tempo la stella .

Ch'è ciò, che bisognava insegnare .

AVVERTIMENTO I.

220. Se si dà il caso che l' ascensione retta del Sole si trova nel mezzogiorno essere di $270^{\circ} 15' . 38''$, e la differenza tra tale ascensione retta, e quella della stella , osservata passare pel meridiano nella notte seguente, essere di $105^{\circ} 43' . 18''$; perchè la somma di tali numeri è $375^{\circ} 58' . 56''$, e conseguentemente maggiore di 360° ; sarà in tale caso l' ascensione retta della stella l' eccello di $375^{\circ} 58' . 56''$ sopra 360° , vale a dire di $15^{\circ} 58' . 56''$. E quindi la stel-

la stella allora precede nella rivoluzione diurna il Sole.

AVVERTIMENTO II.

221. Supposto che in un giorno dell'anno sia di $270^{\circ} . 15' . 38''$ l'ascensione retta del Sole a mezzodì ; ridotta tale ascensione retta in tempo sidereo alla ragione di gr. 15 a ora , si ha il tempo di ore sideree $18 . 1' . 2'' \frac{1}{2}$, che dinota di quanto il passaggio pel meridiano del principio d'ariete anticipa in tale giorno quello del Sole. S' avverta però che sapendosi anticipare in un giorno dell' anno il passaggio pel meridiano del principio d'ariete quello del Sole di ore sideree $18 . 1' . 2'' \frac{1}{2}$, non si dee concludere essere l'ascensione retta del Sole nel momento del passaggio pel meridiano del principio d'ariete quella, che risulta riducendo il detto tempo sidereo in gradi, e minuti alla ragione di gr. 15 a ora ; perchè tale ascensione retta compete al Sole non nel momento del passaggio pel meridiano del principio d'ariete, ma nel momento del mezzogiorno.

AVVERTIMENTO III.

222. Ciò , che s'è detto relativamente al Sole non ha luogo relativamente alle stelle fisse , le quali circa le ascensioni rette
non

non soffrono variazioni sensibili per molti giorni, e affai picciola nel corso d'un anno intero, secondo si dirà nel capo seguente. Se dunque si trova essere oggi l' ascensione retta d'una stella di $270^{\circ} 15' . 38''$, il passaggio pel meridiano del principio d'ariete anticipa quello della stella di ore sideree $18 . 1' . 2'' \frac{2}{3}$ non solamente per oggi, ma per molti giorni suffeguenti; e se si trova il passaggio pel meridiano del principio d'ariete anticipare oggi quello d'una stella di ore sideree $18 . 1' . 2'' \frac{5}{2}$, si può sicuramente concludere essere non solamente per oggi, ma per più giorni l' ascensione retta della stella quella, che risulta riducendo in gradi, e minuti il detto tempo alla ragione di gr. 15 a ora.

AVVERTIMENTO IV.

223. Si noti che, determinata l' ascensione retta d'una stella, con facilità si possono determinare le ascensioni rette di quante altre se ne vogliono. Siesi determinata l' ascensione retta della stella A; volendosi determinare l' ascensione retta della stella B, si deve a questo modo procedere. 1^o. Si determinino relativamente a un orologio pendolo, adattato al moto delle fisse, i veri momenti de' passaggi pel meridiano d'ambidue tali stelle A, e B. 2^o. Si riduca la differenza di tali tempi in gradi, e minuti alla

alla ragione di gr. 15 a ora; s'avrà la differenza delle ascensioni rette delle due stelle.

3°. Finalmente si fatta differenza d'ascensioni rette s'aggiunga a quella della stelle A, se la stella A passa pel meridiano prima della stella B, o si sottragga da quella dell'istessa stella A, se vi passa dopo; la somma, o la differenza, che si ha, dà l'ascensione retta della stella B.

AVVERTIMENTO V.

224. Si noti pure che dell'ascensione retta d'una stella, già determinata, possiamo farne uso per determinare le ascensioni rette di altre stelle, senza darle correzione alcuna, qualora dalla sua determinazione fino a che se ne fa uso non sono scorsi molti giorni; altrimenti conviene prima correggerla, secondo s'insegnerà nel seguente capitolo.

AVVERTIMENTO VI.

225. Si noti finalmente che qui trasliamo d'insegnare il modo di determinare coll'ajuto di osservazioni le declinazioni delle stelle; perchè già è stato antecedentemente insegnato. Posto tutto ciò, venghiamo ora al

PRO.

P R O B L . XXXI.

226. *Date l'ascensione retta, e la declina-
zione d' una stella, e data di più l'obliquità
dell' eclittica, determinare la longitudine, e la
latitudine della medesima stella.*

S O L U Z I O N E .

Contraffegnino PLM il coluro de' solstizj, Fig. 22
EQ la metà dell' equatore, LM la metà^{23, 24}
dell' eclittica, A il principio d' ariete, o di^e 25.
libra, S la stella, P il polo del mondo,
esistente nell' emisfero, in cui si trova la
stella, R il polo vicino dell' eclittica, PD
l' arco di cerchio di declinazione, proceden-
te per S, ed RF l' arco di cerchio di lati-
tudine, procedente pure per S. Saranno AE,
AQ, AL, AM archi di quadranti; sarà
PR uguale all' inclinazione dell' eclittica; e
della stella S contraffegneranno DS la decli-
nazione, e conseguentemente SP il suo com-
plimento all' arco del quadrante, ed FS la
latitudine, e per conseguenza SR il suo
complimento pure all' arco del quadrante.
Or quattro casi possono occorrere. Può dar-
si il caso che la stella colla sua ascensione
retta corrisponda all' arco o del primo, o
del secondo, o del terzo, o del quarto qua-
drante dell' equatore. Nel

C A S O I.

Fig.22 Dovendo A in tale caso contraffegnare il principio d'ariete ; della stella S contraffegneranno AD l'ascensione retta , ed AF la longitudine . Effendo data l'ascensione retta AD , farà noto l'arco DE , e conseguentemente l'angolo SPR , misurato da tale arco . Perciò nel triangolo SPR , noti i lati SP , PR , e l'angolo SPR , si determinino coll'ajuto della Trig. sfer. l'angolo SRP , e conseguentemente l'arco FM , che n'è la sua misura , e l'arco RS . S'avranno note la longitudine AF , e la latitudine FS . Nel

C A S O II.

Fig.23 Dovendo A in tale altro caso contraffegnare il principio di libra ; della stella S contraffegneranno AD il complimento dell'ascensione retta alla mezza periferia , e AF il complimento alla mezza periferia della longitudine . Effendo data l'ascensione retta di S , farà noto il suo complimento DA alla mezza periferia ; onde noto farà l'arco DE , e conseguentemente l'angolo SPR . Risolvendo dunque il triangolo SPR , come nel caso precedente ; s'avranno la latitudine FS della stella , e l'arco FM , il quale coll'arco del quadrante dà la longitudine della stessa stella . Nel

Ca-

C A S O III.

Dovendo A in questo terzo caso contras. Fig. 24 segnare pure il principio di libra; contrassegneranno della stella S l'arco AD l' eccello dell' ascensione retta sulla mezza periferia, e AF l' eccello sulla mezza periferia della longitudine. Effendo data l' ascensione retta di S, farà noto l' arco AD; onde noto farà pure il suo complimento ED all' arco del quadrante, e conseguentemente l' angolo SPR. Sicchè risolvendo il triangolo SPR, come nel caso primo; s' avranno la latitudine FS della stella, e l' arco FM, il quale coll' arco del quadrante dà pure la longitudine dell' istessa stella. Nel

C A S O IV.

Dovendo A in quest' ultimo caso contras. Fig. 25 segnare il principio d' ariete; della stella S contrassegneranno AD il complimento dell' ascensione retta all' intera periferia, ed AF il complimento all' intera periferia della longitudine. Effendo data l' ascensione retta di S, farà noto l' arco AD; onde noto farà pure il suo complimento DE all' arco del quadrante, e conseguentemente l' angolo SPR. Risolvendo dunque il triangolo SPR, come nel caso primo; s' avranno la latitudine FS della stella, e l' arco FM, e conseguente-

N 2 men.

mente l'arco AF, il quale arco AF, sottratto dall'intera periferia, dà la longitudine dell'istessa stella.

Ch'è quanto bisognava determinare.

A V V E R T I M E N T O .

227. Si noti che co'dati dell'esposto problema si può anche determinare l'angolo di posizione PSR della stella.

P R O B L. XXXII.

228. *Date la longitudine, e la latitudine d'una stella, e data di più l'obliquità dell'eclittica, determinare l'ascensione retta, e la declinazione dell'istessa stella.*

S O L U Z I O N E .

S'intenda fatta l'istessa preparazione del probl. prec.. S'avranno relativamente alla longitudine gli stessi quattro casi avuti nel probl. antec. relativamente all'ascensione retta. Ed essendo data la longitudine, farà in tutt'i casi noto l'arco AF; e perciò noto pure l'arco FM, e conseguentemente l'angolo SRP. Sono noti anche in tutt' i medesimi casi PR, uguale all'inclinazione dell'eclittica, ed RS, complimento della latitudine SF all'arco del quadrante. Sicchè determinando nel triangolo SPR il lato PS,

e l'angolo SPR, s'avranno la declinazione SD, e l'arco DE, e conseguentemente l'arco DA; vale a dire la declinazione coll'arco SD, e l'ascensione retta coll'arco AD nel primo caso rappresentato dalla Fig. 22, con sottrarre AD dalla mezza periferia nel caso 2° rappresentato dalla Fig. 23, con aggiungere AD alla mezza periferia pel caso 3° rappresentato dalla Fig. 24, e con sottrarre AD dall'intera periferia nell'ultimo caso rappresentato della Fig. 25.

Ch'è quanto bisognava determinare.

AVVERTIMENTO I.

229. Si noti che anche co'dati di quest'altro esposto probl. si può determinare l'angolo di posizione PSR della stella.

AVVERTIMENTO II.

230. Non ci prendiamo la pena di soggiungere qui i tre seguenti problemi: 1° *Date d'una stella l'ascensione retta, e la longitudine, e data l'obliquità dell'eclittica, determinare la declinazione, e la latitudine:* 2° *Date d'una stella l'ascensione retta, e la latitudine, e data pure l'obliquità dell'eclittica, determinare la declinazione, e la longitudine:* E 3° *finalmente date d'una stella la longitudine, e la declinazione, e data anche l'obliquità dell'eclittica, determinare l'ascensione*

N 3 ret.

retta, e la latitudine. Perchè è facile a comprendere che relativamente al primo in tutt' i casi vengono del triangolo SPR noti i due angoli SPR, SRP, e 'l lato RP; onde determinando i lati SP, SR, si hanno co' complimenti di essi agli archi de' quadranti la declinazione della stella, e la latitudine; che relativamente al secondo in tutt' i casi pure vengono del triangolo SPR noti i lati PR, RS, e l'angolo SPR; onde determinando l'arco PS, e l'angolo SRP, si hanno la declinazione della stella, e la longitudine; e che relativamente al terzo finalmente vengono in tutt' i casi noti del triangolo SPR i lati RP, PS, e l'angolo SRP; e perciò determinando il lato RS, e l'angolo SPR, si hanno la latitudine della stella, e l'ascensione retta.

A V V E R T I M E N T O III.

231. Si noti finalmente, che il probl., *date d' una stella la declinazione, e la latitudine, e data l'obliquità dell' eclittica, determinare l'ascensione retta, e la longitudine dell' istessa stella,* è affatto inutile per l' Astronomia. Perchè sebbene co'dati di tale probl. si abbiano noti tutt' i lati del triangolo SPR, e si possono conseguentemente determinare gli angoli SPR, SRP: nondimeno tali angoli ci fanno solamente conoscere gli archi AD, AF; ma non ci lasciano conoscere

fo

I. D' ASTRONOMIA: 199
se si fatti archi esprimono rispettivamente l'ascensione retta, e la longitudine della stella, o i complimenti di esse alle mezze periferie, o pure gli eccessi sulle mezze periferie, o finalmente i complimenti di esse alle periferie intere.

C A P. XV.

Della Precessione degli equinozj, e delle determinazioni delle formole generali per calcolare le variazioni, che tale precessione cagiona alle ascensioni rette, e alle declinazioni delle stelle.

DEFINIZIONE I.

232. Si chiama *precessione degli equinozj* certo lentissimo cambiamento di sito, che vanno continuamente facendo nella periferia dell'eclittica i punti equinoziali, procedendo per essa con lentissimo moto retrogrado, cioè contro l'ordine de' segni.

COROLLARIO I.

233. Essendo i punti solstiziali sempre a gr. 90 di distanza dagli equinoziali ; con andare nella periferia dell'eclittica continuamente ritrocendendo i punti equinoziali , continuamente debbono ancora andare ritrocendendo i punti solstiziali ; e di quanto in un dato tempo ritrocedono gli uni , di tanto debbono ritrocedere anche gli altri .

AVVERTIMENTO I.

234- Hipparco , il più insigne tra gli antichi Astronomi , paragonando le longitudini delle fisse da esso determinate circa l'anno 128 avanti C. C. , colle determinate assai prima da Timochero , e con quelle , che trovò registrate da 380 anni avanti G. C. nella sfera di Eudosso , conobbe prima d'ogni altro che tali longitudini non si conservano sempre le medesime , ma che di continuo vanno crescendo , sebbene lentissimamente . Coll'ajuto di simili confronti l'istesso hanno conosciuto in seguito tutti gli altri Astronomi , e meglio per l'accrescimento maggiore osservato nelle longitudini . Intanto gli Astronomi con dividere l'avanzo trovato in sì fatte longitudini pel numero degli anni , ne' quali s'è fatto , hanno rilevato l'accrescimento annuale delle medesime ,
ch'

eh'è secondo Ticone, e Bullialdo di 51^{11} , secondo Cassini di $51^{11}.43$, secondo Halley di 50^{11} , e secondo l'Abbate de la Caille di $50^{11} \frac{2}{3}$. Tale diversità però non deve recare meraviglia, derivando dal diverso grado d'esattezza delle osservazioni, delle quali si fatti Astronomi in rilevare il detto annuale accrescimento hanno fatto uso. Del resto noi prenderemo tale annuale accrescimento sempre di $50^{11} \frac{2}{3}$, come rilevato da longitudini con più esattezza delle altre determinate, e come a un di presso corrispondente all'accrescimento annuale, che risulta dalle longitudini, che si hanno nell'ultimo catalogo delle stelle, paragonate con quelle, che si trovano registrate assai prima nel catalogo britannico.

COROLLARIO II.

235. Crescendo le longitudini delle stelle per un anno di $50^{11} \frac{2}{3}$ a un di presso, cresceranno in una settimana circa 1^{11} , e in un mese circa 4^{11} . Sicchè per lo spazio d'un mese, e molto più d'una settimana si possono le longitudini delle stelle prendere senza errore sensibile per costanti.

AVVERTIMENTO II.

236. A suo luogo si dimostrerà 1° che il moto delle stelle in longitudine non è
rea-

reale, ma apparente, derivando dalla precessione degli equinozj; e che tale precessione viene causata dalle attrazioni del Sole, e molto più della Luna sulla terra, combinate colla figura dell' istessa terra rilevata nell' equatore; 2° che l' istessa precessione altera delle stelle ugualmente le longitudini, inegualmente le ascensioni rette, e le declinazioni, e niente affatto le latitudini; e 3° finalmente che la medesima precessione riceve certa variabilità dalla variabilità dell' inclinazione dell' eclittica, cagionata dalle attrazioni degli pianeti, per cui nello spazio di circa 9 anni per gradi minimissimi va alquanto crescendo, e in altrettanto tempo con pari gradi scemando. Quindi la precessione stabilita di $50^{11\frac{1}{2}}$ l' anno non è, se non la precessione mezzana degli equinozj, cioè quella, che si ha, qualora non è nè la massima, nè la minima, ma mezzana tra l' una, e l' altra.

A V V E R T I M E N T O III.

237. Si noti finalmente che si dimostrerà ancora che le latitudini delle stelle, sebbene non sieno alterate dalla semplice precessione degli equinozj, nondimeno ricevono certa alterazione dalla cagione, che rende variabile l' inclinazione dell' eclittica, e conseguentemente variabile l' istessa precessione; e che le latitudini di alcune particolari stelle,

le, oltre la generale alterazione, che soffrono per l' accennata cagione, ne soffrono un' altra speciale, di cui non se n' è ancora indagata la cagione, e che si ha cura di determinare colle pure osservazioni.

DEFINIZIONE II.

238. Chiameremo in seguito *precessione in longitudine* la precessione degli equinozj; perchè per qualunque tempo di tanto crescono le longitudini delle stelle, di quanto ritrocendono gli equinozj. Similmente chiameremo *precessione in ascensione retta*, e *precessione in declinazione* d' una stella, le variazioni causate rispettivamente all' ascensione retta, e alla declinazione di tale stella dalla precessione degli equinozj.

COROLLARIO.

239. Quindi la precessione in longitudine mezzana è di $50^{11} \frac{1}{2}$ l' anno. Onde si determina la sua quantità per qualunque dato tempo, trovando il quarto proporzionale in ordine al tempo d' un anno, al tempo dato, e a $50^{11} \frac{1}{2}$.

AVVERTIMENTO.

240. Già s' è detto che la precessione degli equinozj, o sia la precessione in longi-

gitudine non s'avanza uniformemente, ma che soffre nel suo avanzamento certe alterazioni. Di tali alterazioni però ne terremo conto a suo luogo, quando avremo insegnato il modo di determinarle. Ci basta qui avvertire che sono sì piccole, che in prendere la precessione in longitudine mezzana corrispondente a un dato tempo per la corrispondente effettiva precessione in longitudine o non si erra, o l'errore è di pochi secondi. Premesse intanto tali cose, procediamo ora a trovare le formole, per mezzo delle quali si possono determinare le precessioni in ascensioni rette, e in declinazioni delle fisse. Perciò sia il

P R O B L. XXXIII.

241. *Trovare una formola generale per potere col suo ajuto determinare le piccole precessioni in ascensione retta di qualsivisia stella, date le piccole corrispondenti precessioni in longitudine.*

S O L U Z I O N E.

Fig. 26 *Contraffegnino AB l'equatore, AG l'eclittica, P il polo settentrionale, R il polo vicino dell'eclittica, S una stella, PD l'arco di cerchio di declinazione procedente per S, RE l'arco di cerchio di latitudine, procedente pure per S, e PR l'arco del coluro de'*

de' solstizj , che congiugne i detti poli .
 Supposta picciola la preceffione in longi-
 tudine della stella , si potrà senza errore
 fenfibile prendere come costante la latitudine
 SE della medefima stella . Sicchè nel trian-
 golo sferico SPR si poffono considerare co-
 me costanti i due lati PR , RS . Dandofi
 intanto una picciola variazione alla longi-
 tudine della stella S , per la picciola preceffio-
 ne supposta , si deve dell' ifteffa misura va-
 riare l' angolo in R ; e di più di quanto fi
 varia l' angolo in P per la variazione dell'
 angolo in R , di tanto fi deve variare l' ascen-
 fione retta della stella , o fia la preceffione
 in ascensione retta . Sicchè , poste della stel-
 la S qualunque picciola preceffione in lon-
 gitudine = L , e la corrispondente picciola
 preceffione in ascensione retta = X , farà

$$X : L = \text{var. } P : \text{var. } R .$$

Or pel § 142 della Trig. sferica stà

$$\text{var. } P : \text{var. } R = \text{sen. } S \times \text{sen. } RS ;$$

$$\text{fen. } PS \times \text{tan. } S ,$$

ovvero

$$\text{var. } P : \text{var. } R = \text{fen. } S \times \text{cos. } SE ;$$

$$\text{cos. } SD \times \text{tang. } S .$$

Dunque

$$X : L = \text{fen. } S \times \text{cos. } SE : \text{cos. } SD$$

$$\times \text{tang. } S .$$

Sono in oltre pel triangolo SEF, rettangolo in E, posto il seno massimo = R,

$$\text{sen. S} = \frac{R \times \text{cos. F}}{\text{cos. SE}} \quad (\S 80 \text{ Trig. sfer.})$$

$$\text{tan. S} = \frac{R \times \text{cot. F}}{\text{cos. SF}} \quad (\S 81 \text{ Trig. sfer.})$$

Sicchè

$$X : L = \text{cos. F} : \frac{\text{cos. SD} \times \text{cot. F}}{\text{cos. SF}},$$

ovvero

$$X : L = \text{cos. SF} : \text{cos. SD} \times \frac{\text{cotan. F}}{\text{cos. F}},$$

e conseguentemente

$$X : L = \text{cos. SF} : \text{cos. SD} \times \frac{R}{\text{sen. F}},$$

o pure

$$X : L = \text{cos. SF} \times \text{sen. F} : \text{cos. SD} \times R.$$

Ma pel triangolo FDA, rettangolo in D, è

$$\text{sen. F} = \frac{R \times \text{cos. A}}{\text{cos. DF}} \quad (\S 80 \text{ Trig. sfer.}).$$

Quo

Dunque

$$X: L = \text{cos. SF} \times \text{cos. A} : \text{cos. SD} \\ \times \text{cos. DF}$$

E' di più pel § 66 della Trig. sfer.

$$\text{cos. SF} = \text{cos. (SD} - \text{DF)} = \\ \text{cos. SD} \times \text{cos. DF} + \text{sen. SD} \times \text{sen. DF}$$

R

Sicchè

$$X: L = \text{cos. A} (\text{cos. SD} \times \text{cos. DF} + \\ \text{sen. SD} \times \text{sen. DF}) : \text{cos. SD} \times \text{cos. DF} \\ \times R,$$

ovvero

$$X: L = \text{cos. A} \left(1 + \frac{\text{sen. SD} \times \text{sen. DF}}{\text{cos. SD} \times \text{cos. DF}} \right) : R,$$

• puè

Sono in oltre pel triangolo SEF, rettangolo in E, posto il seno massimo = R,

$$\text{sen. S} = \frac{R \times \text{cos. F}}{\text{cos. SE}} \quad (\S 80 \text{ Trig. sfer.})$$

$$\text{tan. S} = \frac{R \times \text{cot. F}}{\text{cos. SF}} \quad (\S 81 \text{ Trig. sfer.})$$

Sicchè

$$X : L = \text{cos. F} : \frac{\text{cos. SD} \times \text{cot. F}}{\text{cos. SF}},$$

ovvero

$$X : L = \text{cos. SF} : \text{cos. SD} \times \frac{\text{cotan. F}}{\text{cos. F}},$$

e conseguentemente

$$X : L = \text{cos. SF} : \text{cos. SD} \times \frac{R}{\text{sen. F}},$$

o pure

$$X : L = \text{cos. SF} \times \text{sen. F} : \text{cos. SD} \times R.$$

Ma pel triangolo FDA, rettangolo in D, è

$$\text{sen. F} = \frac{R \times \text{cos. A}}{\text{cos. DF}} \quad (\S 80 \text{ Trig. sfer.}).$$

Dun-

Dunque

$$X : L = \text{cos. SF} \times \text{cos. A} : \text{cos. SD} \\ \times \text{cos. DF}$$

E' di più pel § 66 della Trig. sfer.

$$\text{cos. SF} = \text{cos. (SD} - \text{DF)} = \\ \text{cos. SD} \times \text{cos. DF} + \text{sen. SD} \times \text{sen. DF}$$

R

Sicchè

$$X : L = \text{cos. A} (\text{cos. SD} \times \text{cos. DF} + \\ \text{sen. SD} \times \text{sen. DF}) : \text{cos. SD} \times \text{cos. DF} \\ \times R,$$

ovvero

$$X : L = \text{cos. A} \left(1 + \frac{\text{sen. SD} \times \text{sen. DF}}{\text{cos. SD} \times \text{cos. DF}} \right) : R,$$

• puè

o pure

$$X : L = \text{cos. } A \left(1 + \frac{\text{tan. } SD \times \text{tan. } DF}{R^2} \right) : R,$$

e conseguentemente

$$X : L = \text{cos. } A (R^2 + \text{tan. } SD \times \text{tan. } DF) : R^2$$

E' di vantaggio pel § 75 della Trig. sfer.

$$\text{tang. } DF = \frac{1}{R} (\text{tan. } A \times \text{sen. } AD) :$$

Dunque

$$X : L = R^2 \times \text{cos. } A + \frac{\text{tang. } SD \times \text{sen. } AD \times \text{cos. } A \times \text{tan. } A}{R} : R^2 ;$$

Finalmente

$$\text{cos. } A \times \text{tan. } A = R \times \text{sen. } A :$$

Q.E.D.

Onde

$$X : L = R^2 \times \text{cof. } A + \text{sen. } A \times \text{sen. } AD \times \text{tan. } SD : R^3 .$$

Per la qual cosa

$$X = \frac{I}{R^3} \times L (R^2 \times \text{cof. } A + \text{sen. } A \times \text{sen. } AD \times \text{tan. } SD) .$$

Ch'è ciò, che bisognava trovare.

AVVERTIMENTO I.

242. Si noti che qualora la stella ha declinazione settentrionale, allora al secondo termine della formola trovata l'appartiene il +, se la stella colla longitudine corrisponde ai primi 6 segni dell'eclittica, ed il —, se corrisponde agli altri 6 segni; perchè nel primo caso è $SF = SD - DF$, e conseguentemente $\text{cof. } SF = \text{cof. } (SD -$

$$DF) = \frac{I}{R} (\text{cof. } SD \times \text{cof. } DF + \text{sen. } SD \times \text{sen. } DF)$$

(§ 66 della Trig. sfer.); e nel secondo caso è $SF = SD + DF$, e

$$\text{perciò } \text{cof. } SF = \text{cof. } (SD + DF) = \frac{I}{R}$$

Tom. II.

Q

(cof.)

$$\left(\text{cos. SD} \times \text{cos. DF} - \text{sen. SD} \times \text{sen. DF} \right)$$

(65 della Trig. sfer.). Qualora poi la stella ha declinazione australe, allora per l'istessa ragione al secondo termine della detta formola l'appartiene il —, se tale stella colla longitudine corrisponde agli detti primi 6 segni, e' +, se corrisponde agli altri 6 segni.

COROLLARIO I.

243. Quindi la precessione in ascensione retta per tutt'i quattro detti casi, che possono accadere, è espressa dalla formola generale

$$X = \frac{I}{R^3} \times L \left(R^2 \times \text{cos. A} \pm \right.$$

$$\left. \text{sen. A} \times \text{sen. AD} \times \text{tan. SD} \right) = \frac{\text{precef.}}{\text{cub. sen.}}$$

$$\frac{\text{in long.}}{\text{maf.}} \left(\text{quod. sen. maf.} \times \text{cos. incl. eclit.} \right. \\ \left. \pm \text{sen. incl. eclit.} \times \text{sen. ascen. ret.} \times \text{tan. decl.} \right); \text{avendo luogo il } + \text{ nel secondo}$$

termine e quando la stella ha la declinazione settentrionale, e colla longitudine corrisponde agli primi sei segni dell' eclittica, e quan-

e quando ha la declinazione australe, e colla longitudine corrisponde agli 6. ultimi segni dell' istessa eclittica; ed avendo luogo il — e quando la stella ha la declinazione settentrionale, e colla longitudine corrisponde agli ultimi sei segni dell' eclittica, e quando ha la declinazione australe, e colla longitudine corrisponde agli 6 primi segni della medesima eclittica.

COROLLARIO II.

244. E perciò se, conosciute l' ascensione retta, e la declinazione d' una stella pel tempo A, si determina coll' ajuto di sì fatta formola di quanto tale ascensione retta si varia nell'intervallo di tempo B; con aggiungere sì fatta variazione all' ascensione retta della stella pel tempo A, o con sottrarla da essa, si ha l' ascensione retta dell' istessa stella corrispondente al tempo posteriore, o anteriore ad A di quanto il dinota l' intervallo di tempo B. E' necessario però che la precessione in longitudine, calcolata corrispondente all' intervallo di tempo B in ragione di $50'' \frac{2}{3}$ l'anno, si possa prendere per una variazione della longitudine sì picciola, da non indurre nel risultato della formola errore sensibile.

A V V E R T I M E N T O I I .

245. Si noti che qualora la precessione in longitudine, corrispondente all'intervallo di tempo B , non è da potersi prendere per una picciola variazione delle longitudini delle stelle; in tale caso, avuta l'ascensione retta d'una stella pel tempo A , per determinare quella, che le compete per un altro tempo tanto maggiore, o minore di A , quanto il dinota B , conviene prima determinare per sì fatto tempo la longitudine, e la latitudine della stella, e poscia determinare l'ascensione retta del modo insegnato nel probl. 32. Procediamo intanto a trovare l'altra formola, che ci mena alla determinazione delle declinazioni delle fisse. Perciò sia il

P R O B L. XXXIV.

246. *Trovare una formola generale per potere col suo ajuto determinare le picciole precessioni in declinazione di qualsivisia stella, dato le corrispondenti picciole precessioni in longitudine.*

S O L U Z I O N E .

Si supponga l'istesso che s'è supposto nel probl. prec.. E' chiaro che di quanto si varia
ria

ria nel triangolo SPR il lato PS, succeduta una picciola variazione nell'angolo R, e conseguentemente nella longitudine della stella S, di tanto si deve variare la declinazione DS dell'istessa stella, o sia la precessione in declinazione. Sicchè, posta della stella S qualunque picciola precessione in longitudine = L, e la corrispondente picciola precessione in declinazione = Y; sarà

$$Y : L = \text{var. PS} : \text{var. R}.$$

Or pel § 137 della Trig. sfer., posto il seno massimo = R, sta
 $\text{var. PS} : \text{var. R} = \text{sen. RS} \times \text{sen. S} : R^2 :$

Dunque

$$Y : L = \text{sen. RS} \times \text{sen. S} : R^2 :$$

Ma pel triangolo SEF, rettangolo in E, è
 $\text{sen. S} = \frac{R \times \text{cos. F}}{\text{cos. SE}} = \frac{R \times \text{cos. F}}{\text{sen. RS}}$

Sicchè

$$Y : L = \text{cos. F} : R.$$

Finalmente pel triangolo ADF, rettangolo in D, è

$$\text{cos. F} = \frac{\text{sen. A} \times \text{cos. AD}}{\text{R}} \quad (\S 80 \text{ Trig. sfer.})$$

Onde

$$\text{Y : L} = \text{sen. A} \times \text{cos. AD} : \text{R}^2 .$$

Per la qual cosa

$$\text{Y} = \frac{\text{L}}{\text{R}^2} \times (\text{sen. A} \times \text{cos. AD}),$$

ovvero

$$\text{Y} =$$

$$\frac{\text{prec. in long.}}{\text{quad. sen. mas.}} \left(\begin{array}{l} \text{sen. incl. eclit.} \times \text{cos.} \\ \text{ascen. ret.} \end{array} \right) .$$

Ch'è ciò, che bisognava trovare.

COROLLARIO I.

247. Andandosi l' equatore dal principio di capricorno fino al principio di cancro discostando sempre dagli paralleli all' eclittica, che sono nell' emisfero settentrionale, e avvicinando a quei, che sono nell' emisfero australe; e dal principio di cancro fino al principio di capricorno avvicinando agli primi, e discostando dagli secondi; ne segue che

che la precessione fa crescere la declinazione d'una stella, se è settentrionale, e diminuire, se è australe, qualora tale stella coll' ascensione retta corrisponde agli segni ascendenti; e al contrario la fa diminuire, se è settentrionale, e crescere, se è australe, qualora la stella coll' ascensione retta corrisponde alli segni discendenti.

COROLLARIO II.

248. In oltre se, conosciute l'ascensione retta, e la declinazione d'una stella pel tempo A, si determina coll' ajuto della formola già trovata di quanto tale declinazione si varia nell' intervallo di tempo B; con aggiugnere sì fatta variazione alla declinazione della stella pel tempo A, o con sottrarla da essa secondo il caso, che occorre, si ha la declinazione dell'istessa stella corrispondente al tempo posteriore, o anteriore ad A di quanto il dinota l' intervallo di tempo B. E' necessario pure che la precessione in longitudine, calcolata corrispondente all' intervallo di tempo B in ragione di $50'' \frac{1}{2}$ l'anno, si possa prendere per una variazione della longitudine sì picciola, da non indurre nel risultato della formola errore sensibile.

AVVERTIMENTO I.

249. Si noti che qualora la precessione

○ 4 in

in longitudine, corrispondente all'intervallo di tempo B , non è da poterfi prendere per una picciola variazione delle longitudini delle stelle; in tale caso, avuta la declinazione d'una stella pel tempo A , per determinare quella, che le compete per un' altro tempo tanto maggiore, o minore di A , quant' il dinota B , conviene prima determinare per sì fatto tempo la longitudine, e la latitudine della stella, e poscia determinare la declinazione del modo insegnato nel probl. 32.

AVVERTIMENTO II.

250. A suo luogo insegneremo i modi di calcolare le picciolissime variazioni, che per la variabilità dell' inclinazione dell' eclitica soffrono e la precessione in longitudine delle fisse, e le latitudini delle medesime, dopo che avremo stabiliti i fondamenti di sì fatte determinazioni.

CAP.

C A P. XIV.

Si definiscono l' anno solare , le sue spezie , e l' anno civile , e s' espone il come s' è proceduto per giugnere all' esatta determinazione e delle spezie dell' anno solare , e dell' anno civile , di cui facciamo, uso .

DEFINIZIONE I.

251. Si chiama *anno solare* il tempo , che scorre intanto che il Sole apparisce fare l' intero giro dell' eclittica , cioè che scorre dal momento , in cui il Sole apparisce in un punto dell' eclittica fino a quello , in cui v' apparisce ritornato .

AVVERTIMENTO I.

252. Si misura l' anno solare co' giorni ; colle ore , e co' minuti solari , che scorrono tra i due detti momenti .

AV-

AVVERTIMENTO II.

253. Sebbene ogni punto dell' eclittica possa servire per dinotare il principio , e' fine d'una rivoluzione del Sole per l' istessa eclittica , e conseguentemente per rilevarne la misura dell' anno solare : nondimeno gli Astronomi si sono avvaluti , e s' avvalgono comunemente per tale bisogno d'uno de' punti equinoziali , come punti , ne' quali si determina l' arrivo del Sole con facilità , e senza bisogno di conoscere l' obliquità dell' eclittica .

AVVERTIMENTO III.

254. Si noti che la precessione degli equinozj fa che il Sole , in partendo da un punto equinoziale , parta da un punto dell' eclittica , e che in ritornandovi , ritorni non al medesimo , ma ad un' altro anteriore di tanto , quant'è il picciolo arco , che misura l' istessa precessione annuale degli equinozj . Quindi è derivata la distinzione dell' anno solare in *anno tropico* , e in *anno sidereo* .

DEFINIZIONE II.

255. Si dice *anno tropico* il tempo della misura di quello , che scorre tra due istessi equi-

equinozj , che si seguono immediatamente l' uno appresso l' altro . Si chiama poi *anno sidereo* il tempo , che scorre da che il Sole apparisce partire da un punto dell' eclittica , finchè v' apparisce ritornato .

COROLLARIO I.

256. Quindi l' anno tropico è minore dell' anno sidereo di quanto esige il Sole in avanzarsi in longitudine per l' arco , che misura la precessione annuale degli equinozj.

COROLLARIO II.

257. Essendo in oltre l' anno tropico della misura già detta , da qualunque stagione venghi tale anno incominciato , nella medesima stagione deve terminare . Sicchè , fissato il principio d' un anno tropico in una stagione , tutti gli altri debbono dalla medesima stagione incominciare , e debbono in tutti le medesime stagioni ricorrere alle medesime parti di essi . E quindi s' intende perchè sì fatto anno s'è chiamato anno tropico .

COROLLARIO III.

258. Essendo di più l' anno sidereo alquanto più lungo dell' anno tropico ; se un anno sidereo viene incominciato da una stagione-

gione ; l'anno seguente si deve incominciare al quanto più tardi , e gli altri in seguito vanno incominciati sempre più tardi , e più tardi . Sicchè il Sole in un anno sidereo torna a corrispondere alla medesima stella , motivo per cui tale anno s'è chiamato anno sidereo ; però le stagioni relativamente a sì fatti anni vanno sempre retrocedendo .

COROLLARIO IV.

259. E perciò affinchè le medesime stagioni corrispondano sempre alle medesime parti dell'anno , dell'anno tropico , e non del sidereo conviene far uso .

AVVERTIMENTO I.

260. Si noti che l'anno tropico , e l'anno sidereo si dicono in generale *anni astronomici* , come anni con osservazioni astronomiche determinati , e in uso solamente presso gli Astronomi .

AVVERTIMENTO II.

261. Si noti anche d'esser stato determinato alla prima l'anno tropico , con determinare due equinozj di primavera , o d'autunno , succeduti l'uno appresso l'altro , e con tener conto de' giorni solari scorsi tra
ta.

tali determinazioni ; e d' esser stato trovato di giorni solari 365, e circa ore 6 di più . E finalmente si noti che tutte le volte che s'è fatta simile determinazione , s'è sempre trovato l' anno tropico dell' istessa misura , da qualche picciola differenza in fuori di minuti , che ha dato motivo a far cercare in seguito una misura più esatta dell'istesso anno , come diremo qui appresso .

DEFINIZIONE III.

262. Si chiama *anno civile* l' anno stabilito da ciascuna nazione per misurare i lunghi intervalli de' tempi , che occorre nella vita civile di misurare , e stabilito per comodo de' computi di un numero determinato di giorni interi , senza l' aggiunta d' ore , e minuti .

AVVERTIMENTO,

263. L' anno civile è stato preso dalle diverse nazioni di misure diverse , delle quali altre più , e altre meno s' avvicinano alla misura dell' anno tropico . Alcuni popoli l' hanno regolato con aver riguardo non ai soli moti del Sole , ma anche a que' della Luna . Noi non ci prendiamo la pena d' addurre qui tutte le misure diverse date all' anno civile , appartenendo ciò alla Cronologia ; ci contentiamo solamente d' esporre la
mi-

misura dell'anno civile romano, e le riforme, che da tempo in tempo ha ricevuto per giugnere alla misura, che conserva tra noi.

Stabilimento dell'anno civile romano, fatto da Romolo.

364. Romolo stabilì l'anno civile di 304 giorni solari; il distribuì in 10 mesi, de' quali Marzo era il primo, e Dicembre l'ultimo; e volle che incominciasse dalla primavera.

C O R O L L A R I O .

265. Sicchè l'anno di Romolo mancava dall'anno tropico di circa giorni $61 \frac{3}{4}$, e conseguentemente col suo principio andava retrocedendo per le diverse stagioni.

A V V E R T I M E N T O .

266. Si noti che l'istesso Romolo accortosi che il principio dell'anno andava retrogradando per le diverse stagioni, ordinò che a ciascun anno s'aggiugnessero tanti giorni, quanti ne bisognavano per farlo principiare colla primavera. Lasciò intanto sì fatti giorni

D' ASTRONOMIA. 223
ni senza distribuirli in mesi. Eccone lo stabilimento dell' anno romano.

*I^a Riforma dell' anno romano ,
fatta da Numa Pompilio .*

267. Numa riformò l' anno stabilito da Romolo a questo modo . 1. V' aggiunse 51 giorni , e' l ridusse di 355 giorni . 2. Accrebbe il numero de' mesi fino a 12 con aggiugnervi Gennaro , e Febraro ; ordinando che il primo mese dell' anno fosse Gennaro , e l' ultimo Dicembre . 3. E finalmente fissò il principio d' ogni anno nel principio dell' inverno ; perchè da tale tempo incominciano il Sole ad avvicinarsi al polo settentrionale , e i giorni ad accrescersi relativamente alle notti .

COROLLARIO.

268. Quindi l' anno stabilito da Numa mancava anche dall' anno tropico di circa giorni $10\frac{3}{4}$, e conseguentemente andava col suo principio pure retrocedendo relativamente alle diverse stagioni .

AV.

A V V E R T I M E N T O I.

269. Tale difetto però fu avvertito dall'istesso Numa, e credette che in ogni quadriennio vi mancassero non giorni 41, ma 45. Perciò ordinò che in ogni quadriennio s'intercalassero nel Febraro del secondo anno 22 giorni, e nel Febraro del quarto anno giorni 23. In tal modo Numa l'errore, che aveva l'anno in difetto di giorni $10\frac{3}{4}$, il ridusse a un errore in eccesso di giorni 4 in ogni quadriennio.

A V V E R T I M E N T O II.

270. Si noti che a tale nuovo errore v'apprestarono i posteri rimedio, con regolare le intercalazioni in ogni spazio di 6 quadriennii a quest'altro modo. Ne' primi quattro quadriennii facevano le intercalazioni stabilite da Numa, e negli altri due intercalavano non 90 giorni negli 8 anni, ma giorni 66, acciò venissero in 24 anni tolti i giorni 24 d'eccedenti. Ecco con quale confusione fu in Roma per più secoli regolato l'anno civile; confusione, che s'accresceva non poco dagli Sacerdoti, a' quali era affidata la cura delle intercalazioni; perchè le intercalazioni venivano tal volta da essi alterate a tenore de' loro parziali impegni.

AV.

AVVERTIMENTO III.

271. Per ovviare Giulio Cesare in qualità di Dittatore , e Pontefice insieme alla detta confusione dell' anno civile , chiamò dall' Egitto Sosigene matematico , e l' incaricò della cura di ridurre l' anno alla giusta sua misura ; affinchè , senza bisogno di tante intrigate intercalazioni , potessero le medesime stagioni corrispondere sempre alle medesime sue parti . Sosigene intanto , misurato l' anno tropico esattamente di giorni $365 \frac{1}{4}$, consigliò la seguente

II^a *Riforma dell' anno civile romano, fatta da Giulio Cesare.*

272. Giulio Cesare riformò l' anno civile romano in tal modo semplicissimo , cioè stabilendo che in seguito in tutt' i quadrienni successivi si facessero i tre primi anni di giorni 365 , e l' ultimo di giorni 366 . Tali anni intanto sono stati in memoria dell' istesso Giulio Cesare , che gli stabilì , chiamati *anni giuliani* .

A V V E R T I M E N T O I.

273. Con riformare Giulio Cesare l'anno civile, non cambiò nè il numero de' mesi stabilito da Numa, nè la stagione, da cui l'anno prendeva principio. De' mesi ne alterò solamente le misure, riducendoli alle misure, che tuttavia conservano. Per far poi principiare il primo anno giuliano coll'inverno, li convenne accrescere fino a giorni 444 l'anno, in cui stabilì la riforma, motivo per cui tale anno s'è chiamato *anno di confusione*.

A V V E R T I M E N T O II.

274. E' da sapere che l'istesso Giulio Cesare il giorno da aggiugnere in ogni quarto anno volle che s'aggiugnesse dopo il 23 di Febraro, e che si replicasse in tali anni il 24 di sì fatto mese, ch'era giorno, in cui in Roma si solennizzava la memoria dell'espulsione de' Tarquinii. Or come il 24 di Febraro era il *sexto Kalendas martii*; così ne' detti anni accadeva il *bis sexto Kalendas martii*. Quindi è derivata la denominazione d' *anno bisestile* ad ognuno degli anni di giorni 366, chiamandosi *anni comuni* tutti gli altri di giorni 365.

AV,

AVVERTIMENTO III.

275. E' da sapere pure che Giesù Cristo si vuole nato nel 44^{mo} degli anni giuliani, e che il primo anno della nostra era cristiana fu l'anno appresso, vale a dire il 45^{mo} de'detti anni giuliani. Quindi essendo stato bisestile l'anno giuliano 44^{mo}, bisestile fu l'anno, in cui si vuole nato G. C.; e perciò gli anni della nostra era 1^o, 2^o, e 3^o furono comuni, il 4^o fu bisestile, e bisestili sono stati tutti gli altri espressi da numeri esattamente divisibili per 4.

AVVERTIMENTO IV.

276. E' da sapere di vantaggio che comunemente i cronologisti, nel numerare gli anni giuliani avanti G. C., prendono per primo l'anno della nascita. In tal modo s'incontrano in sì fatti anni i bisestili non negli anni espressi da numeri esattamente divisibili per 4, ma negli anni 5^o, 9^o, 13^{mo}, 17^{mo}, ec. Or noi col Cassini chiamiamo l'anno, in cui si vuole nato G. C., *anno zero*; e siccome nel numerare gli anni dopo G. C., o sieno gli anni dell'era cristiana, si prende per primo l'anno appresso all'anno zero; così nel numerare gli anni avanti G. C. prenderemo per primo l'anno avanti all'istesso anno zero. In tal modo avre-

P. 2

mo

mo due vantaggi. Il primo sarà che i bisestili tanto negli anni dopo, quanto negli anni avanti G. C. s' avranno negli espreffi da numeri esattamente divisibili per 4. Il secondo poi sarà che volendo sapere quanti anni tropici sono scorsi dall' equinozio di primavera dell' anno 13 avanti G. C. per esempio fino all' equinozio di primavera del 1781 dopo G. C., basterà sommare il 13 con 1781, che tale somma 1794 ci darà il numero cercato d'anni tropici. Poichè sebbene tutti gli anni scorsi dal 13 avanti G. C. inclusivamente fino al 1781 anche inclusivamente sieno 1795, dovendosi comprendere anche l'anno zero; gli anni tropici però scorsi tra i detti equinozi sono non 1795; ma 1794; dovendosi dalla somma 1795 togliere un anno intero, che compongono il tempo scorso dal principio dell' anno 13 avanti G. C. fino all' equinozio di primavera, e l'altro scorso dall' equinozio di primavera dell' anno 1781 dopo G. C. fino alla fine di tale anno, che non va compreso nel numero degli anni tropici cercato.

AVVERTIMENTO V.

277. Si noti che numerando noi col Casfini gli anni giuliani avanti G. C. del modo già detto, numeraremo sempre un anno meno, che non numerano comunemente i cronologisti. Così l'anno primo giuliano, che

che secondo i cronologifti è il 44. avanti G. C., farà per noi l'anno 43; e l'anno di confufione, che fecondo quelli è il 45 avanti G. C., per noi farà l'anno 44.

AVVERTIMENTO VI.

278. Premefle tali cofe, procediamo ora ad efaminare fe l'anno giuliano mantiene fempre le ftagioni alle medefime fue parti sì, o no. L'anno giuliano è ftato regolato coll'anno tropico di giorni $365 \frac{1}{4}$. Se tale anno è efattamente di sì fatta mifura; accadendo in un anno bifeftile l'equinozio di primavera per efempio un'ora prima del mezzodì del 21 di Marzo, deve l'ifteffo equinozio ritornare più tardi del detto tempo di 6 ore nel fequente primo anno comune, di 12 ore nel fecondo anno comune, di 18 ore nel terzo anno comune, e di 24 ore nell'anno appreffo, fe foffe pure comune; ma perchè tale anno è bifeftile, e in Febbraro fi trova accrefciuto d'un giorno; perciò in sì fatto anno deve il detto equinozio tornare di nuovo un'ora prima del mezzodì del 21 di Marzo.

COROLLARIO I.

279. Quindi fe l'anno tropico è efattamente di giorni $365 \frac{1}{4}$, l'equinozio di primavera, come altresì l'equinozio d'autunno,

P 3

ed

ed i solstizj debbono in tutt'i bisestili accadere ne' medesimi corrispondenti momenti di essi, e più tardi rispettivamente di 6 ore in tutt'i primi anni comuni, di 12 ore in tutt'i secondi anni comuni, e di 18 ore in tutt'i terzi anni comuni. Per la qual cosa, se l'anno tropico è esattamente di giorni $365 \frac{1}{4}$, gli equinozj, e gli solstizj negli anni giuliani comuni variano alquanto, ma ne' bisestili si restituiscono agli medesimi corrispondenti momenti di essi.

AVVERTIMENTO VII.

280. Sicchè se l'anno tropico è minore di giorni $365 \frac{1}{4}$ di quanto il dinota x ; accadendo l'equinozio di primavera un'ora prima del mezzodì del 21 di Marzo per esempio in un anno bisestile, deve l'istesso equinozio tornare più tardi di $6^{\text{or.}} - x$ nel seguente primo anno comune, di $2 (6^{\text{or.}} - x)$ nell'anno comune secondo, di $3 (6^{\text{or.}} - x)$ nel terzo anno comune, e di $4 (6^{\text{or.}} - x)$ nell'anno appresso, se fosse comune; ma perchè è bisestile, e conseguentemente si trova accresciuto in Febbrajo d'un giorno; perciò in tale anno il detto equinozio deve anticipare di quanto $4 (6^{\text{or.}} - x)$ è minore di $24^{\text{or.}}$, o di quanto il dinota $4x$.

COROLLARIO II.

281. Sicchè se l'anno tropico è minore di giorni $365 \frac{1}{4}$ di quanto il dinota x ; accadendo l'equinozio di primavera in un anno bisestile un'ora prima del mezzodì del 21 di Marzo per esempio, l'istesso equinozio deve anticipare di $4x$ nel seguente bisestile, di $8x$ nell'altro bisestile, di $12x$ nel bisestile appresso; e così procedendo innanzi.

COROLLARIO III.

282. E perciò, notato il tempo, in cui accade l'equinozio di primavera in un bisestile, se si trova l'istesso equinozio anticipare del tempo s nel primo, o nel secondo, o nel terzo, ec. de' seguenti bisestili; prendendo del tempo s la parte quarta, o ottava, o dodicesima, ec., si ha di quanto si deve diminuire la quantità de' giorni $365 \frac{1}{4}$, per avere la giusta lunghezza dell'anno tropico.

AVVERTIMENTO VIII.

283. Si noti che l'istesso s'ottiene, se le dette determinazioni si fanno ambedue non ne'bisestili, ma negli anni primi, o secondi, o terzi dopo i bisestili.

P 4

AV-

AVVERTIMENTO IX.

284. Dell'istesso modo procedendo si conosce che, se l'anno tropico è alquanto maggiore di giorni $365 \frac{1}{4}$, l'equinozio di primavera deve andare posticipando da bisestile a bisestile, e così anche da anno primo a anno primo, da anno secondo a anno secondo, e da anno terzo a anno terzo dopo i bisestili; e deve posticipare da un bisestile all'altro prossimo della quarta parte della differenza de' giorni $365 \frac{1}{4}$ dalla giusta misura dell'anno tropico.

AVVERTIMENTO X.

285. Dopo lo stabilimento degli anni Giuliani più Astronomi in tempi diversi, con confrontare gli equinozj determinati in anni lontani l'uno dall'altro, e anni simili, cioè o tutti bisestili, o tutti primi, o tutti secondi, o tutti terzi dopo i bisestili, s'accorsero che gli stessi equinozj, e conseguentemente i solstizj andavano alquanto retrocedendo; e ciò fece loro conoscere che la misura dell'anno tropico di giorni $365 \frac{1}{4}$ era alquanto eccedente. Per correggerla, s'è proceduto da ognuno a questo modo. I. S'è cercata una determinazione dell'equinozio di primavera, o d'autunno fatta lungo tempo prima da altro Astronomo, e'l tempo

802

notato per sì fatta determinazione s'è riferito agli anni Giuliani, se non era a sì fatti anni riferito. 2. S'è cercata un' altra determinazione dell' istesso equinozio, fatta in anno simile con osservazioni o proprie, o d'altro Astronomo; e' l tempo notato per tale altra determinazione s' è riferito al mezzogiorno del luogo, in cui fu fatta la determinazione prima. 3. Col confronto de' tempi già detti, e riferiti ambidue agli anni Giuliani, e al mezzogiorno dell' istesso luogo s'è determinato di quanto è retroceduto l' equinozio nell' intervallo delle due dette determinazioni. 4. Con dividere il tempo dinotante la detta retrocessione pel numero degli anni tropici, ne' quali è seguita, s'è determinato l' eccello da togliere dagli giorni $365 \frac{1}{4}$, per avere l' anno tropico corretto. 5. Finalmente s' è tolto tale eccello dalla detta somma di giorni; e così s'è determinato l'anno tropico corretto.

AVVERTIMENTO XI.

286. Si noti che la misura dell'anno tropico, corretta del modo già detto, non si trova conclusa esattamente l' istessa da tutti gli Astronomi, che si sono presa la pena di correggerla: nè poteva altrimenti accadere a cagione delle osservazioni adoperate, non tutte d'uguale esattezza, e osservazioni diverse. Finalmente si noti che sebbene gli
Astro-

Altronomi con correggere la misura dell'anno tropico avessero conosciuto che con fare bisestile ogni 4^o anno s'errasse alquanto in eccesso: nondimeno l'uso degli anni Giuliani fu generalmente continuato fino al 1582, tempo, in cui seguì la nuova riforma del calendario, ordinata da Papa Gregorio XIII. Quale intanto sia stata tale riforma, si dirà qui in seguito; però prima esporremo ciò, che ne diede occasione.

S' espone ciò, che diede occasione alla III^a riforma dell'anno civile romano, fatta da Gregorio XIII.

287. Nell'anno 325 dell'era cristiana si tenne il Concilio Niceno. I Padri di tale Concilio vollero tra le altre cose regolare le Feste mobili, e stabilire il tempo della celebrazione della Pasqua, dalla quale tutte le altre Feste mobili dipendono. Si credeva allora che l'anno tropico fosse, secondo la determinazione fattane da Tolomeo, di giorni 365. 5^{or.} . 55' $\frac{2}{5}$, e che, accaduto in quell'anno l'equinozio di primavera nel 21 di Marzo, dovesse in seguito nel 21 di Marzo sempre accadere, con pic-

cio.

ciò la correzione da darsi in avvenire al calendario. Quindi i detti Padri, fissato il detto equinozio nel 21 di Marzo, stabilirono con un decreto che la Pasqua si celebrasse sempre nella prima Domenica dopo il Plenilunio, che segue immediatamente appresso l'equinozio di primavera, vale a dire dopo il 21 di Marzo; e ciò fu così stabilito, sì perchè i Cattolici nella celebrazione della Pasqua si distinguessero dagli Giudei, che la celebrano nell' istesso giorno del detto plenilunio, come anche perchè costava d' essere accaduta la resurrezione di G. C. la Domenica appresso la detta Pasqua de' Giudei. Tale stabilimento intanto del detto Concilio venne col correre degli anni dalla retrocessione degli equinozj turbato. Quindi, seguita col correre degli anni una retrocessione negli equinozj di più giorni, nacque il bisogno di riformare il calendario Giuliano.

AVVERTIMENTO I.

288. Si noti che il primo progetto di tale riforma fu nel 1414 da *Pietro ab Alliaco* presentato al Concilio di Costanza, e al Papa Giovanni XXIII; che il Cardinale Cusano circa l'istesso tempo scrisse sulla medesima riforma, e sulla correzione delle tavole alfonsine; che il Papa Sisto IV. chiamò in Roma, per eseguirla, il celebre astronomo

uomo Regiomontano, il quale vi morì nel 1476, senz'averla potuta condurre a fine; che il Concilio di Trento in terminare le sue sessioni nel 1563 lasciò al Pontefice la cura di tale riforma; e che finalmente il Papa Gregorio XIII col parere de' savj del suo tempo vi venne a fine, e la promulgò con un breve in data del 24 di Febraro del 1581; acciò nell'anno seguente 1582 s' incominciasse ad eseguire.

AVVERTIMENTO II.

289. Il fondamento intanto di tale riforma fu la misura dell'anno tropico, determinata di giorni $365. 5^{or.}$, $49^{\frac{1}{5}}$ con affai esattezza. I savj impiegati per tale riforma ragionarono a questo modo. L'anno tropico, dicevano essi, è di 365^{89} . $5^{or.}$. $49^{\frac{1}{5}}$. Dunque la misura dell'anno tropico adoperata per lo stabilimento degli anni Giuliani, ch'è di giorni $365 \frac{1}{4}$, ha un eccesso di $10^{\frac{4}{5}}$. Onde 4 anni Giuliani eccedono 4 anni tropici di $43^{\frac{1}{5}}$; e conseguentemente gli equinozj in ogni quadriennio anticipano di $43^{\frac{1}{5}}$. E perciò gli stessi equinozj dall'an. 325 fino all'an. 1582, o sia in anni 1257 si debbono trovare anticipati di circa 10 giorni; vale a dire che nel 1582 debbono accadere 10 giorni prima, che accaddero nell'an. 325. Ed in fatti nel detto anno 1582 l'equinozio di primavera accadde
non

non nel 21, ma nell' 11 di Marzo. Sicchè per restituire nel 1582 gli equinozj, e conseguentemente i solstizj agli medesimi giorni dell'anno, in cui accaddero nel 325, bisogna supprimere in tale anno 10 giorni; perchè in tal modo incominciandosi ogni mese dell'anno appresso 10 giorni prima, verranno in tale anno a posticipare di 10 giorni gli equinozj, e gli solstizj, e conseguentemente verrà a cadere l' equinozio di primavera non nell' 11, ma nel 21 di Marzo. Ecco in che modo si pensò sanamente da detti savj di rimediare alla retrocessione degli equinozj accaduta dall' an. 325 fino all' an. 1582. Per ovviare in oltre che gli stessi equinozj non seguissero a retrocedere in avvenire, i medesimi savj la discorsero in tale altro modo. La retrocessione degli equinozj di $43^1 \frac{1}{5}$ in ogni quadriennio produce una retrocessione in essi di 3 giorni in 400 anni. Dunque, dicevano essi, se gli anni centesimi non si fanno tutti bisestili, ma successivamente 3 comuni, e uno bisestile, si vengono gli equinozj, e conseguentemente i solstizj a mantenere sempre circa i medesimi giorni dell'anno. Ed ecco in che altro modo si pensò d' impedire che in avvenire gli equinozj non andassero retrocedendo. Quindi fu stabilita la

III.^a *Riforma del calendario, fatta da Gregorio XIII.*

290. Gregorio XIII riformò il calendario Giuliano in tale altro modo semplicissimo, cioè ordinando che il dì 5 d' Ottobre del 1582 si dicesse il 15 dell' istesso mese, e che, lasciato bisestile l' an. 1600, degli anni centesimi seguenti se ne facessero sempre successivamente 3 comuni, e uno bisestile; vale a dire che si facessero gli anni 1700, 1800, 1900 comuni, l' anno 2000 bisestile, gli anni 2100, 2200, 2300 comuni, l' anno 2400 bisestile, e così procedendo innanzi. Intanto il calendario in sì fatto modo riformato, s'è chiamato in memoria di Gregorio, che lo stabilì, *calendario gregoriano*; il numerare gli anni secondo tale calendario, s'è detto numerarli secondo il *nuovo stile*; e l' numerarli secondo il calendario Giuliano, s'è detto numerarli secondo il *vecchie stile*.

AVVERTIMENTO I.

291. L' esposta riforma fu accettata da tutt' i Cattolici, ma non dagli Protestanti, a quali dal 1582 seguirono a numerare sempre

pre meno de' cattolici 10 giorni fino al 1700, e giorni 11 dal 1700 in avanti. Però è da sapere che tale riforma è stata già accettata dagli Protestanti di Alemagna, dagli Danesi, e dagli Olandesi nel 1700, e dall'Inglese nel 1752; seguendo intanto l'antico stile i soli Protestanti della parte settentrionale dell' Europa, e i Russi. E perciò il 14 di Dicembre per noi è il 3 dell' istesso mese per gli Russi; e' l' giorno, che sarà il primo di Gennaio del 1783 per noi, sarà per gli Russi il 20 di Dicembre del 1782.

AVVERTIMENTO II.

292. Si noti che la detta riforma, come fondata sulla misura dell'anno tropico di giorni $365. 5^{\text{or.}} 49^{\frac{2}{5}}$, sarebbe senza difetto alcuno, se l'anno tropico fosse esattamente, e costantemente della detta misura. Or l'anno tropico non è, nè può essere d'una misura costante, sì perchè la precessione annua degli equinozi è soggetta a certe picciole alterazioni [§ 236], come anche perchè l'archetto dell'eclittica, che la misura, non corrisponde sempre al medesimo sito di essa eclittica; anzi corrispondendo relativamente all'equinozio di primavera, dove il Sole procede con velocità alquanto maggiore, e relativamente all'equinozio d'autunno, dove procede con velocità alquanto minore;
se

se in un istesso anno si fanno due misure dell' anno tropico , una per rapporto all' equinozio di primavera , e l' altra per rapporto all' equinozio d' autunno , la prima di tali misure si trova avere qualche piccolo eccesso sulla seconda ; e tale differenza di misure si fa per l' istessa cagione maggiore , se una si determina per rapporto al solstizio d' inverno , e l' altra per rapporto al solstizio di state . Tale variabilità di misura nell' anno tropico , sebbene ristretta tra limiti della differenza di pochi secondi , ha dato motivo agli Astronomi di cercare la misura dell' *anno tropico medio* , cioè dell' anno tropico d' una misura mezzana tra la sua misura massima , e minima . In che modo intanto si deve determinare l' anno tropico medio , s' insegnerà a suo luogo , quando saranno sviluppate le teoriche , dalle quali si fatta determinazione deriva . Ci basta qui di sapere che tutti gli Astronomi , che l' hanno con accuratezza determinato , l' hanno trovato di $365^{\text{gi.}} . 5^{\text{or.}} . 48^{\text{r.}} . 45^{\text{m.}} \frac{1}{2}$, o pochissimo diverso , e che noi in seguito di tale misura sempre il prenderemo , avendolo di tale misura calcolato il Signor de la Lande , il quale v' ha usato in calcolarlo tutt' i possibili riguardi ,

AVVERTIMENTO III.

293. Si noti pure che dall'essere stata la misura dell'anno tropico adoperata nella riforma del calendario Gregoriano di $365^{\text{gi.}}$ $5^{\text{or.}}$ $49^{\text{m.}} \frac{4}{5}$, e conseguentemente maggiore di quella dell'anno tropico medio di $26^{\text{m.}} \frac{4}{5}$, ne segue che l'anno Gregoriano mena seco anche certa anticipazione negli equinozj: però tale anticipazione come monta a $26^{\text{m.}} \frac{4}{5}$ per anno, così non può giugnere ad un giorno intero, se non dopo anni 3260. Quindi la detta riforma, se non è stata esattissima, racchiude un errore sì picciolo, che, per produrre l'anticipazione d'un giorno intero negli equinozj, bisogna che dall'anno 1582 scorrano anni 3260. Per la qual cosa si rimedierà in seguito a tale picciolo errore nel calendario Gregoriano, se si supprimerà un giorno nell'anno 4842, e un giorno intero s'anderà sempre supprimendo in tutti gli altri, che seguiranno dopo il 4842 coll'intervallo di anni 3260.

AVVERTIMENTO IV.

294. Si noti finalmente che si chiama *moto medio* del Sole quel moto equabile, col quale, se si movesse il Sole per l'eclittica, farebbe il suo giro intero nel tempo stesso, che apparisce farlo co' gradi diversi di

Tom. II.

Q

velo-

velocità ne' diversi punti della medesima.
 Or perchè nell' anno tropico medio dovrebbe il Sole col moto medio correre l' intera periferia dell' eclittica, diminuita dell' archetto, che dinota la media precessione annua degli equinozi; perciò se si cercherà in ordine a $365^{\text{gi.}} \cdot 5^{\text{or.}} \cdot 48^{\text{i.}} \cdot 45^{\text{ii.}} \frac{1}{2}$, a $18^{\text{i.}}$, e a $360^{\circ} - 50^{\text{ii.}} \frac{1}{3}$ il quarto proporzionale, tale quarto proporzionale darà quanto col moto medio correrrebbe per l' eclittica il Sole in un giorno; il quale spazio, fatto il calcolo, si trova essere di $59^{\text{i.}} \cdot 8^{\text{ii.}}$; se poi si cercherà in ordine a $360^{\circ} - 50^{\text{ii.}} \frac{1}{3}$, a 360° , e a $365^{\text{gi.}} \cdot 5^{\text{or.}} \cdot 48^{\text{i.}} \cdot 45^{\text{ii.}} \frac{1}{2}$ il quarto proporzionale, tale altro quarto proporzionale darà il tempo, in cui il Sole di moto medio farebbe l' intero giro dell' eclittica, o sia la misura dell' anno sidereo; che, fatto il calcolo, si trova essere di $365^{\text{gi.}} \cdot 6^{\text{or.}} \cdot 9^{\text{i.}} \cdot 10^{\text{ii.}} \frac{1}{2}$, vale a dire di $20^{\text{i.}} \cdot 25^{\text{ii.}}$ maggiore della misura dell' anno tropico medio.

CAP.

C A P. XVII.

S' espone quanto occorre circa la determinazione del tempo , e circa il regolamento degli orologj e per gli usi astronomici, e per gli usi civili.

DEFINIZIONE I.

295. Chiamiamo *misura del tempo* ogni intervallo di tempo considerato come unità, al quale i tempi più lunghi si riferiscono, qualora di essi se ne vuole conoscere la grandezza.

COROLLARIO.

296. Quindi un giorno solare, un' ora, un minuto, e così anche una settimana, un mese, un anno, un secolo, ec. sono misure diverse del tempo; e servono tali misure diverse per misurare tempi di grandezze diverse.

AVVERTIMENTO I.

297. Sebbene le misure del tempo sieno
 Q 2 mol.

molte : nondimeno la misura fondamentale è il giorno solare ; rapportandosi ogni altra ad essa , come misura determinata dall'apparente rivoluzione diurna del Sole , facile ad avvertirsi da chicchessia .

AVVERTIMENTO II.

298. Si credono comunemente i giorni solari d'una costante grandezza , e come tali vengono stimati nell'uso della vita civile . Intanto per l'inequabilità del moto annuo vero della terra , o del moto annuo apparente del Sole per l'eclittica , e per l'obliquità dell'istessa eclittica relativamente all'equatore , secondo s'è detto ne' §§ 188, 191 , accade che i giorni solari sono di certa grandezza quattro volte l'anno , nel 10 di Febbraro , nel 15 di Maggio , nel 26 di Luglio , e nel 2 di Novembre ; che dal 10 di Febbraro fino al 15 di Maggio , come anche dal 26 di Luglio fino al 2 di Novembre procedono prima successivamente allontanandosi in difetto dalla detta grandezza per certo intervallo , e poscia successivamente avvicinandosi ; e che finalmente dal 15 di Maggio fino al 26 di Luglio , come anche dal 2 di Novembre fino al 10 di Febbraro procedono prima successivamente allontanandosi in eccello dall'istessa misura per certo intervallo , e poscia successivamente avvicinandosi .

CO.

COROLLARIO II.

299. Quindi agli giorni solari manca l' indispensabile condizione , che deve avere ogni misura , qual' è la costante , e inalterabile grandezza . Per la qual cosa i giorni solari , come anche le ore , e i minuti di essi non sono atti a servire di misura del tempo , se non se nell' uso della vita civile , dove una precisa esattezza nella misura del tempo non s' esige .

AVVERTIMENTO III.

300. Gli Astronomi , per avere una esatta misura del tempo , sono ricorsi al seguente artificio . Si hanno finto un altro Sole , che si vada movendo per l' equatore equabilmente , e con tale velocità costante , che dal momento della partenza dal punto equinoziale di primavera fino al momento del ritorno vi scorra l' istesso tempo , che scorre da che v' apparisce partire il Sole vero , finchè v' apparisce , ritornare per effetto del suo inequabile moto annuo apparente per l' eclitica . Prendono di più per giorni da servire di misura fondamentale del tempo gl' intervalli limitati dagli passaggi pel meridiano del detto Sole finto , come intervalli di tempo tutti uguali . E finalmente dividono sì fatti giorni in ore , e minuti , come

Q 3 van-

vanno divisi i giorni solari inuguali, per avere in tutto l'anno ore, e minuti sempre di costanti grandezze. Il come però vanno determinati tali giorni uguali, s' insegnerà qui in seguito.

COROLLARIO III.

301. Essendo equabile il moto supposto del Sole finto per l' equatore, e in-equabile il moto apparente del Sole vero per l' eclittica; e compendosi la rivoluzione intera e dell' uno e dell' altro Sole nell'istesso tempo: avrà ognuno de' detti giorni uguali, determinati dal Sole finto, una grandezza mezzana tra tutte le diverse grandezze, che competono in tutto l'anno agli giorni solari disuguali, determinati dal Sole vero. Onde nel corso dell' anno il giorno solare, determinato dal Sole vero, deve essere ora maggiore di ciascuno de' detti giorni uguali, ora uguale, e ora minore. E di più quanti giorni disuguali coll' aggiunta di ore, e minuti di essi compongono l'anno tropico medio, altrettanti de' detti giorni uguali coll' aggiunta dell' istesso numero di ore, e minuti de' medesimi giorni debbono comporlo. Pel la qual cosa l'anno tropico medio relativamente a cotali giorni uguali è pure di $365^{\text{gi.}}$. $5^{\text{or.}}$. $48^{\text{mi.}}$. $45^{\text{si.}}$ $\frac{1}{2}$.

DE-

DEFINIZIONE II.

302. Chiameremo in seguito *Sole medio* il Sole, che si finge equabilmente mosso per l'equatore; *giorni veri*, o *giorni apparenti* i giorni determinati dal Sole vero; *giorni medii* i giorni determinati dal Sole medio; *mezzodì vero* il mezzodì determinato dal Sole vero; *mezzodì medio* il mezzodì determinato dal Sole medio; *ore vere*, e *minuti veri* le ore, e i minuti de'giorni veri; *ore medie*, e *minuti medii* le ore, e i minuti de' giorni medii; *tempo vero*, o *tempo apparente* il tempo determinato relativamente a un giorno vero, o determinato co' giorni veri, con ore vere, e con minuti veri; *tempo medio* il tempo determinato relativamente a un giorno medio, o determinato co' giorni medii, con ore medie, e co' minuti medii; *ascensione retta media* l'ascensione retta del Sole medio; e finalmente *equazione del tempo* l'intervallo espresso in tempo medio tra 'l mezzodì vero, e 'l mezzodì medio.

AVVERTIMENTO I.

303. Si noti che il giorno solare s'è chiamato giorno vero, perchè viene determinato dal Sole vero; e giorno apparente, perchè viene dal Sole vero determinato col suo moto diurno apparente.

Q 4

CO.

COROLLARIO I.

304. Supponendosi il Sole medio mosso equabilmente per l'equatore in modo, che dal momento della sua partenza dal punto equinoziale di primavera fino al momento del ritorno vi scorra il tempo medio di $365^{\text{gi.}} 5^{\text{or.}} 48^{\text{r.}} 45^{\text{m.}} \frac{1}{2}$; si deve supporre che il Sole medio in tale tempo scorre equabilmente la periferia dell'equatore, diminuita dell'archetto, che dinota la precessione annua degli equinozj in ascensione retta, il quale archetto si può senza errore sensibile prendere pure di $50^{\text{m.}} \frac{1}{3}$; vale a dire che si deve supporre scorrere $360^{\circ} - 50^{\text{m.}} \frac{1}{3}$. Onde in ogni giorno medio si deve supporre tale Sole medio scorrere un arco dell'equatore di $59^{\text{r.}} 8^{\text{m.}}$.

COROLLARIO II.

305. Essendo il moto del Sole medio per l'equatore in ogni giorno medio di $59^{\text{r.}} 8^{\text{m.}}$; farà la lunghezza d'ogni giorno medio tanta, quanta ne bisogna, acciò scorra pel meridiano la periferia intera dell'equatore coll'arco di più di $59^{\text{r.}} 8^{\text{m.}}$, ovvero $360^{\circ} 59^{\text{r.}} 8^{\text{m.}}$. E perciò se in ordine a 360° , $59^{\text{r.}} 8^{\text{m.}}$, a 360° , e a un giorno medio, o a $24^{\text{or.}}$ medie si trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo

po

po. medio, in cui scorre pel meridiano la sola periferia dell'equatore, o sia il tempo medio, in cui si compie una rivoluzione diurna della sfera mendana; e conseguentemente dà in tempo medio la lunghezza del giorno sidereo. Or tale quarto proporzionale, fatto il calcolo, si trova essere di $23^{\text{or.}} 56^{\text{'} . 4^{\text{''}}$. Sicchè il giorno sidereo in tempo medio è di $23^{\text{or.}} 56^{\text{'} . 4^{\text{''}}$, e conseguentemente minore d'un giorno medio costantemente di $3^{\text{'}} . 56^{\text{''}}$. Per la qual cosa le stelle accelerano in ogni giorno medio costantemente di $3^{\text{'}} . 56^{\text{''}}$; vale a dire che il giorno sidereo è costantemente minore del giorno medio di $3^{\text{'}} . 56^{\text{''}}$ medii.

COROLLARIO III.

306. Scorrendo pel meridiano in ogni giorno medio della periferia dell'equatore $360^{\circ} . 59^{\text{'}} . 8^{\text{''}}$; ne scorrerà dell'istessa periferia in un'ora media l'arco di $15^{\circ} . 2^{\text{'}} 27^{\text{''}}$, in un minuto medio l'arco di $15^{\text{'}} . 2^{\text{''}}$, e in un minuto secondo medio l'arco di $15^{\text{''}}$.

AVVERTIMENTO II.

307. Si determinano i tempi coll'ajuto degli orologj; e si determinano con esattezza coll'ajuto di orologj esatti, e ben regolati. L'esattezza d'un orologio consiste nell'
equa-

equabilità del suo moto; equabilità, che deriva dall' avere l' orologio tutt' i suoi pezzi lavorati a perfezione, con giusta proporzione, e ben equilibrati. E' da sapere intanto che un orologio di perfetta costruzione se s' osserva equabile nel suo moto, s' osserva da tempo in tempo variare il grado della sua velocità, e ciò non per difetto di costruzione, ma per cagioni estranee. Si varia il grado di celerità d' un orologio talvolta per la variazione del caldo, o del freddo, o dell' umido, o del secco dell' aria; talvolta per qualche movimento estraneo; talvolta per qualche impercettibile granello di polvere intromesso in qualche sito di esso; e talvolta per l' olio istesso, che va posto ne' fori, dove vanno inseriti gli assi delle ruote, e che varia col tempo consistenza. Quindi è che tutti gli orologj hanno bisogno d' essere da tempo in tempo rettificati ne' moti, sebbene altri più spesso, e altri più di rado. Sarebbe perfettissimo un orologio se non solamente fosse equabile nel suo moto, vale a dire di perfetta costruzione, ma ben anche tale da non fregolare per le accennate cagioni. I piccioli orologj, per la picciolezza de' pezzi componenti, sono sensibili ad ogni minima cagione fregolante, e perciò facili a fregolare; e tanto più facili, quanto più sono piccioli. L' istesso non è degli altri orologj, che, per la maggiore solidità de'

pez-

pezzi componenti , resistono più alle dette cagioni sregolanti , e sono conseguentemente men pronti allo sregolamento . In fatti si sono costrutti degli orologj a pendoli per usi astronomici di tale perfezione , che appena in un anno hanno manifestato un leggiero sregolamento . Oggi se ne costruiscono con tale artificio , che se non vanno esenti da ogni cagione sregolante , vanno esenti da più di esse , e sono conseguentemente men degli altri soggetti allo sregolamento . Del resto per gli usi astronomici è sufficiente un orologio di perfetta costruzione ; bastando agli Astronomi , che sieno equabili ne' moti , e che non s'alteri la velocità di essi ne' intervalli de' tempi , ne' quali occorre farne uso .

AVVERTIMENTO III.

308. Consistendo l'esattezza degli orologj nell'equabilità de' moti di essi : è facile a comprendere che gli orologj esatti , che sono i soli , de' quali si deve far uso per la determinazione de' tempi , non si possono adattare al moto diurno del Sole vero , ma sì bene al moto diurno del Sole medio . Onde al moto diurno del Sole medio si debbono adattare tutti gli orologj , senza escluderne neppure quelli , che s'adoperano pel solo uso della vita civile ; e al medesimo moto si debbono riadattare tutte le volte,

te, che s' osservano svariati per qualunque delle cagioni sregolanti. Quindi, per potere esattamente determinare i tempi coll' ajuto d' un orologio, due condizioni si richieggono; 1. che l' orologio abbia un moto equabile; 2. che sia adattato al moto del Sole medio. Prima d' ogni altra cosa noi insegneremo qui in che modo si deve esplorare, se un orologio ha sì, o no equabilità nel suo moto. Perciò soggiugniamo il seguente

P R O B L. XXXV.

309. *Insegnare il modo di conoscere se un orologio ha sì, o no equabilità nel suo moto.*

S O L U Z I O N E.

1. Si dirigga in una sera un picciolo cannocchiale, adattatovi prima nel fuoco delle lenti un sottil filo, a qualsisia stella; e si noti in tale sera il tempo, che dimostra l' orologio da esplorare, se è sì, o no equabile nel suo moto, qualora la stella apparisce nel detto filo.

2. Lasciato fisso il cannocchiale nel sito, in cui s' è fatta la detta determinazione, per 3, o 4 altre sere successive si vadano notando similmente i tempi, che dimostra l' istesso orologio ne' momenti, ne' quali

la medesima stella apparisce nel medesimo filo.

Se i tempi notati si trovano procedere con uguali differenze, l'orologio è equabile nel suo moto, e conseguentemente di perfetta costruzione; altrimenti è inequabile nel suo moto, e conseguentemente difettoso.

Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

310. Se si dà il caso che in più sere successive non si possa osservare la stella per cagione di nuvole, o d'altro impedimento, e si noteranno i tempi de' suoi passaggi pel filo del cannocchiale nelle sere prima, quinta, sesta, ottava, e nona; allora della differenza de' tempi notati nella sera prima, e quinta se ne deve prendere il quarto, e della differenza degli altri notati nella sera sesta, e ottava se ne deve prendere la metà. Se il quarto della differenza de' tempi notati nella prima, e quinta sera, la differenza de' notati nella sera quinta, e sesta, la metà della differenza de' notati nella sesta, e ottava sera, e la differenza de' notati nella sera ottava, e nona si trovano uguali, l'orologio ha equabilità nel moto; altrimenti è difettoso.

AV.

A V V R T I M E N T O II.

311. Si noti che, per giudicare dell'esattezza d'un orologio, non basta osservare che i pezzi di esso sieno ben lavorati; che non abbiano apparente sproporzione; e che non vi si discerna ineguaglianza nel suo moto coll'udito. Un sì fatto esame è sufficiente per dichiarare difettoso un orologio; ma per giudicarlo esatto è necessario ricorrere all'esame dell'equabilità del suo moto del modo già insegnato.

A V V E R T I M E N T O III.

312. Esposto il modo di conoscere l'equabilità del moto d'un orologio, procediamo ora a vedere in che modo un orologio esatto si può adattare al moto del Sole medio. Perciò sia il

P R O B L. XXXVI.

313. *Insegnare il modo d'adattare un orologio esatto al moto diurno del Sole medio.*

S O L U Z I O N E.

I. Si dirigga in una sera a qualsivoglia stella un cannocchialetto col filo adattato nel fuoco delle lenti; e si noti in tale sera il tempo, che

che dimostra l'orologio da adattare al moto del Sole medio nel momento, in cui la stella apparisce nel detto filo.

2. Lasciato fisso il cannocchiale nel sito, in cui s'è fatta la detta determinazione, nella sera seguente si noti pure il tempo, che dimostra l'istesso orologio nel momento, in cui la medesima stella apparisce nel medesimo filo.

Se tale tempo si trova minore di quello notato nella sera antecedente di $3^{\text{r}} . 56^{\text{ss}}$, quant'è il giorno sidereo minore del giorno medio, l'operazione è compita; perchè l'orologio si trova già adattato al moto del Sole medio. Se poi il detto tempo si trova minore del notato nella sera precedente non di $3^{\text{r}} . 56^{\text{ss}}$, ma meno, o più di $3^{\text{r}} . 56^{\text{ss}}$; in tale caso l'orologio va più, o meno celere di quanto bisogna per corrispondere al moto del Sole medio. In sì fatto caso.

3. Si ritardi, o s'acceleri alquanto il moto dell'orologio, con muovere la ruota del tempo, o con rendere più, o men lungo il pendolo, nel caso che l'orologio è a pendolo; e si replichi di nuovo l'antecedente operazione coll'ajuto dell'istessa stella, o di qualunque altra; e sì fatta operazione si continui, finchè si trova che il tempo, in cui apparisce una stella nel detto filo in una sera manca da quello, in cui v'è apparso nella sera antecedente di $3^{\text{r}} . 56^{\text{ss}}$.

S'avrà allora adattato l'orologio al moto del Sole medio. Ch.

Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

314. Se, notato il tempo, che dimostra l'orologio nel momento, in cui la stella apparisce in una sera nel detto filo, non si potesse notare quello, in cui la stessa stella ritorna al medesimo filo in una, o più delle sere seguenti; ma si notasse il tempo, in cui vi apparisce dopo due, o dopo tre, o dopo quattro, ec. sere: acciò l'orologio sia adattato al moto del Sole medio, è necessario allora che il tempo secondo notato sia minore del notato nella prima sera del doppio, o del triplo, o del quadruplo, ec. di $3^{\text{a}} . 56^{\text{II}}$.

AVVERTIMENTO II.

315. Coll'adattare un orologio al moto del Sole medio, si viene a rendere l'orologio in istato da determinare i giorni medii; li quali giorni medii seguono ad essere determinati da sì fatto orologio, finchè conserva l'istesso grado di celerità; e cessano d'esser determinati, in che il suo grado di celerità viene alterato da qualcuna delle suddette cagioni sregolanti.

AV

AVVERTIMENTO III.

316. Si noti che gli Astronomi ogni volta, che debbono far uso de' loro orologj, debbono esplorare, se vanno adattati al moto del Sole medio sì, o no; e nel caso che non vanno adattati, conviene adattarli. Però non sempre riesce loro di rendere gli orologj esattamente corrispondenti al detto moto. Si supponga che un Astronomo, che cerca di regolare il suo orologio, noti in una sera, quando una stella passa pel filo del cannocchiale, il tempo, che dà l'orologio; e che nella sera seguente, in passare la stessa stella pel medesimo filo, noti un tempo minore non di $3^1.56^{11}$, ma di $3^1.50^{11}$, ovvero di $4^1.2^{11}$. Nel primo caso l'orologio accelera di 6^{11} , e nel secondo caso ritarda pure di 6^{11} in un giorno. Per l'Astronomo è bastante il conoscere l'accelerazione, o il ritardo dell'orologio, senza bisogno d'ulteriore operazione. Perchè sapendo l'Astronomo che l'orologio accelera, o ritarda di 6^{11} in un giorno, sa che il giorno determinato dall'orologio è minore, o maggiore del giorno medio di 6^{11} ; e tanto basta per potersi servire di tale orologio, senza timore d'errare nella determinazione de' tempi col suo ajuto. Intanto veggiamo in che modo con un orologio a pendolo, adattato al moto del Sole medio, si può

Tom. II.

R

60-

conoscere se qualsivoglia giorno vero dell' anno è maggiore, uguale, o minore del giorno medio, e determinarne in tempo medio, se è maggiore, o minore, la differenza. Perciò sia il

P B O B L. XXXVII.

317. *Insegnare in che modo con un orologio a pendolo, adattato al moto del Sole medio, si può conoscere se qualsivoglia giorno vero dell' anno è maggiore, uguale, o minore del giorno medio, e si può determinarne in tempo medio, qualora è maggiore, o minore, la differenza.*

S O L U Z I O N E.

Sia un giorno vero qualunque, ch' io per chiarezza chiamo A.

1. Si determini relativamente all' orologio a pendolo, adattato al moto del Sole medio, il mezzodì vero, da cui incomincia il giorno A; e sia il tempo, che dinota l'orologio in tale momento per esempio 00^{h} . 1^{m} . 42^{s} .

2. Si determini relativamente all' istesso orologio il mezzodì vero, in cui finisce il medesimo giorno A; e si noti il tempo, che dimostra l'orologio in tale altro momento.

Se

D' ASTRONOMIA . 259

Se tale tempo secondo notato è pure $0^{\text{or.}}$. $1^{\text{.}}$ $42^{\text{''}}$; è chiaro essere il giorno vero A uguale al giorno medio : se poi è maggiore di $0^{\text{or.}}$. $1^{\text{.}}$ $42^{\text{''}}$, il giorno vero A è allora maggiore del giorno medio ; e l' ecces- so di tale tempo sul tempo $1^{\text{.}}$ $42^{\text{''}}$ dà in tempo medio la differenza , colla qua- le il giorno vero A eccede il giorno me- dio : se finalmente è minore di 0^{o} . $1^{\text{.}}$ $42^{\text{''}}$; il giorno vero A in tale altro caso è minore del giorno medio ; e la mancanza di tale tempo dal tempo $1^{\text{.}}$ $42^{\text{''}}$ dà in tempo medio la differenza , per la quale il giorno vero A manca dal giorno medio.

Ch' è ciò , che bisognava insegnare .

AVVERTIMENTO I.

318. Se tali determinazioni si vanno fa- cendo relativamente a tutt' i giorni dell' an- no, si trovano i giorni veri uguagliare il giorno medio solamente nel 10 di Febra- ro, nel 15 di Maggio, nel 26 di Luglio , e nel 2 di Novembre; e si trovano i gior- ni veri non mai eccedere il giorno medio di più di $30^{\text{''}}$, il che accade dal 17 di Dicembre fino al 27 inclusivamente ; nè mai mancare dal giorno medio di più di $21^{\text{''}}$, il che accade dall' 10 fino al 22 di Settembre inclusivamente .

A V V E R T I M E N T O I I

319. Se in eseguire le dette determinazioni si fa uso d' un orologio a pendolo , che si sia conosciuto accelerare , o ritardare in un giorno di 6^{''} per esempio ; si deve allora tener conto di tale accelerazione , o ritardo dell'orologio a questo modo . Si supponga che l'orologio acceleri in un giorno di 6^{''} , e che relativamente a tale orologio si sia determinato il mezzodì vero , da cui incomincia il giorno 21 di Gennaio , quando l'orologio ha dato 7^{''} . 29^{''} , e 'l mezzodì vero , in cui termina l'istesso giorno , quando l'orologio ha dato 7^{''} . 51^{''} . Si debbono prima dal tempo 7^{''} . 51^{''} sottrarre 6^{''} , per l'accelerazione dell'orologio, acciò il residuo 7^{''} . 45^{''} dia il tempo, che darebbe l'orologio, se non avesse accelerazione . E perchè il tempo 7^{''} . 45^{''} eccede il tempo 7^{''} . 29^{''} di 16^{''} ; perciò il giorno vero 21 di Gennaio è maggiore del giorno medio , e l'eccesso in tempo medio è di 16^{''} . Si supponga poi che l'orologio ritardi in un giorno di 4^{''} , e che relativamente a tale orologio si sia determinato il mezzodì vero , da cui incomincia il giorno 25 di Marzo , quando l'orologio ha dato 0^{or.} . 2^{''} . 1^{''} , e 'l mezzodì vero , in cui termina l'istesso giorno , quando l'orologio ha dato 0^{or.} . 1^{''} . 38^{''} . Si debbono prima al tempo 1^{''} . 38^{''} ag-

giu-

D' ASTRONOMIA. 261
 giugnere 4^{h} pel ritardo dell'orologio, acciò
 la somma $1^{\text{h}} . 42^{\text{m}}$ dia il tempo, che da-
 rebbe l'orologio, se non ritardasse. E per-
 chè il tempo $1^{\text{h}} . 42^{\text{m}}$ manca dal tempo
 $2^{\text{h}} . 1^{\text{m}}$ di 19^{h} ; perciò il giorno vero 25
 di Marzo è minore del giorno medio, e'l
 difetto è in tempo medio di 19^{h} .

AVVERTIMENTO III.

320. Fin qui s'è insegnato il modo
 d'adattare un orologio a pendolo al moto
 del Sole medio, acciò ogni rivoluzione in-
 tera dell'indice delle ore determini un gior-
 no medio. Procediamo ora ad insegnare in
 che modo coll'ajuto d'un orologio, adatta-
 to al detto moto, si deve determinare il
 mezzodì medio. Perciò soggiungiamo il se-
 guente

P R O B L. XXXVIII.

321. *Insegnare il modo di determinare in
 tempo medio relativamente al mezzodì vero di
 qualunque dato giorno dell'anno, e di qualsivis
 dato luogo della terra l'equazione del tempo.*

S O L U Z I O N E.

Contraffegnino AQ l'equatore, AE l'e-
 clittica, A il punto equinoziale di primave-
 ra, P il polo settentrionale, S il luogo del

Fig. 27

R 3

So.

Sole vero nel momento del mezzodì vero del dato giorno dell'anno, e del dato luogo della terra, B il luogo del Sole medio nel medesimo momento, e PH il meridiano del medesimo luogo della terra. Saranno AH l'ascensione retta del Sole vero nel detto momento, e AB l'ascensione retta media, o sia l'ascensione retta del Sole medio nel medesimo momento. Essendo il Sole medio nel momento del mezzodì vero in B, nel momento del mezzodì medio deve essere in altro punto dell'equatore più distante da H del punto B. Sia C sì fatto punto. E' chiaro che relativamente al dato luogo, e al dato giorno il mezzodì medio di tanto tempo medio deve anticipare, o posticipare il mezzodì vero, quanto tempo medio bisogna, acciò scorra pel meridiano PH l'arco HC dell'equatore; ed è chiara altresì che il Sole medio si muove per BC nel medesimo tempo, che scorre pel meridiano PH l'istesso arco HC. Ma il Sole medio si muove nell'equatore per l'arco di $59^{\circ} . 8''$ nel medesimo tempo, che scorrono pel meridiano dell'equatore $360^{\circ} . 59^{\circ} . 8''$. Dunque

$$360^{\circ} . 59^{\circ} . 8'' : 59^{\circ} . 8'' = HC : BC.$$

E

E perciò

$$360^{\circ} : 360^{\circ} \cdot 59^{\text{r}} \cdot 8^{\text{m}} = \text{HB} : \text{HC} ;$$

e

$$360^{\circ} : \text{HB} = 360^{\circ} \cdot 59^{\text{r}} \cdot 8^{\text{m}} : \text{HC} .$$

Ma $360^{\circ} \cdot 59^{\text{r}} \cdot 8^{\text{m}} : \text{HC}$, come 24^{or} medie al tempo medio , in cui scorre pel meridiano l'arco HC , o sia l'equazione del tempo cercata . Sicchè , posta tale equazione cercata = x , farà

$$360^{\circ} : \text{HB} = 24^{\text{or}} : x ;$$

ovvero

$$15^{\circ} : \text{HB} = 1^{\text{or}} : x .$$

Per la qual cosa se l'arco HB , differenza dell'ascensione retta , che compete al Sole vero nel momento del mezzodì vero , e l'ascensione retta media , che compete al Sole medio nel medesimo momento , si converte in tempo nella ragione di gr. 15 a ora ; tale tempo dà l'equazione del tempo cercata in tempo medio .

Ch'è ciò , che bisognava insegnare .

R 4

AV.

AVVERTIMENTO I.

322. La soluzione dell' esposto probl. fa chiaramente conoscere d' essersi ingannato il famoso Signor de la Caille nelle sue Tavole del Sole, e con lui il P. Hell nelle sue Efemeridi, e il P. Pilgram in quelle del 1770, con ridurre la detta differenza d'ascensioni rette, per avere in tempo medio l'equazione del tempo, in ragione non di gr. 15 a ora, ma di gr. 15. 2¹. 28¹¹ a ora; e fa altresì conoscere che il Signor de la Lande, se non si è in ciò ingannato, non ha presa la giusta via per manifestarne l'errore.

AVVERTIMENTO II.

323. Prima di procedere oltre sta bene di sapere 1° che gli Astronomi s'immaginano un altro Sole, che si vada equabilmente movendo per l' eclittica con tale velocità costante, e mezzana tra la massima, e minima, che apparisce avere il Sole vero per l' istessa eclittica, che dal momento della sua partenza dal punto, in cui il Sole vero apparisce avere la minima, o la massima velocità, fino al momento del ritorno vi scorra l' istesso tempo, che vi scorre dal momento, in cui apparisce partirne il Sole vero, fino al momento, in cui v' apparisce ritornato; 2° che chiamano le longitudini di

di tale Sole immaginario *longitudini medie* , e del Sole vero *longitudini vere* ; e 3° finalmente che suppongono partire dal punto equinoziale di primavera nel medesimo momento i due Soli immaginarj , cioè quello , che equabilmente si suppone mosso per l' equatore , e l' altro , che si suppone coll' istessa equabilità di moto mosso per l' eclittica .

COROLLARIO I.

324. Quindi nel momento della partenza de' due detti Soli immaginarj dal punto equinoziale di primavera è nulla sì l' ascensione retta media dell' uno , che la longitudine media dell' altro ; ed in ogni altro tempo è sempre l' ascensione retta media del primo uguale alla longitudine media dell' altro .

COROLLARIO II.

325. E perciò si determina pure in tempo medio relativamente al mezzodì vero di qualunque giorno dell' anno , e di qualsiasi luogo terrestre l' equazione del tempo , con determinare relativamente a tale tempo e l' ascensione retta vera del Sole , e la longitudine media , e con ridurre in tempo la differenza di tale ascensione retta , e di tale longitudine media in ragione di gr. 15 a ora .

AV.

A V V E R T I M E N T O III.

326. A suo luogo s' insegnerà in che modo si determinano la longitudine vera del Sole, e la longitudine media relativamente a qualunque dato tempo vero. S' è già insegnato in che modo, data la longitudine vera del Sole, si determina l' ascensione retta vera corrispondente (§ 215). Dunque si possono determinare relativamente al mezzodì vero di qualunque giorno dell'anno, e di qualsiasi luogo terrestre e la longitudine media del Sole, e l' ascensione retta vera; e conseguentemente si può determinare in tempo medio l' equazione del tempo, che si ha con ridurre in tempo nella ragione di gr. 15 a ora la differenza dell' ascensione retta vera del Sole, e della sua longitudine media.

A V V E R T I M E N T O IV.

327. Se in tal modo si calcolano tutte l' equazioni del tempo, corrispondenti agli mezzidì veri di tutt' i giorni dell' anno relativamente al meridiano per esempio di Napoli; e tali equazioni si registrano in una tavola, con notarvi in corrispondenza i giorni dell' anno, a' quali appartengono; si ha in sì fatto modo una tavola, detta *Tavola dell' equazioni del tempo pel meridiano di*
Nap.

Napoli, e tavola da farne uso per molti anni; esigendo in seguito certa leggiera correzione, della quale si parlerà a suo luogo.

AVVERTIMENTO V.

328. Nel calcolare la detta Tavola si conosce in quali giorni dell' anno il mezzodì medio si confonde col mezzodì vero, in quali anticipa, e in quali posticipa. Poichè, dinotando l' ascensione retta maggiore distanza maggiore verso l' oriente, e l' ascensione retta minore distanza minore; il mezzodì medio si confonde col mezzodì vero in que' giorni, ne' quali l' ascensione retta vera del Sole si trova uguagliare l' ascensione retta media, e conseguentemente la longitudine media; ed il mezzodì medio anticipa il mezzodì vero, o posticipa in que' giorni, ne' quali l' ascensione retta vera del Sole si trova maggiore, o minore della sua longitudine media. Si conosce poi coll' ajuto della Tavola in quali giorni il mezzodì medio si confonde col mezzodì vero per mezzo dell' equazioni, che, essendo allora nulle, vanno segnate col zero. E si conosce altresì coll' ajuto dell' istessa tavola in quali giorni il mezzodì vero anticipa, o posticipa il mezzodì medio dalla lettera A, o P premeffa all' equazioni; contrassegnandosi nella Tavola l' equazioni dinotanti anticipazioni del mezzodì vero relativamente al mezzodì

me-

medio colla lettera A, e l'equazioni dinotanti posticipazioni colla lettera P. Tal che trovandosi nella Tavola l'equazione del tempo pel mezzodì del primo di Gennaro essere $P 3' . 58''$, ciò dinota che nel primo di Gennaro il mezzodì vero posticipa il mezzodì medio di $3' . 58''$; e conseguentemente dinota che si ha il mezzodì medio nel detto giorno con togliere $3' . 58''$ dal tempo, col quale un'orologio, accomodato al moto medio del Sole, dà in sì fatto giorno il mezzodì vero.

A V V E R T I M E N T O VI.

329. Per insegnare il come vanno regolati gli orologi e per gli usi astronomici, e per gli usi della vita civile, abbiamo stimato inferire qui la tavola dell'equazioni del tempo per tutt'i giorni dell'anno, e degli eccessi, e difetti de'giorni veri relativamente al giorno medio, calcolata pel 1784 relativamente al meridiano di Parigi. Da tale tavola intanto può ognuno agevolmente rilevarne le seguenti conseguenze.

1. Che il mezzodì medio si confonde col mezzodì vero quattro volte l'anno, nel 15 d'Aprile, nel 15 di Giugno, nel 30 d'Agosto, e nel 23 di Dicembre, trovandosi in tali giorni nulle l'equazioni del tempo.

2. Che il mezzodì vero posticipa il mezzodì medio dal 23 di Dicembre fino al

relentendio,
 12000 re
 al 1, e

lugi	abe	Dicembre		
		Exces. o Difet.	Equaz. del temp.	Exces. o Difet.
		D	A	E
		1''	10' . 17''	23''
3		0	9 . 54	23
3	E	1	9 . 30	24
3		2	9 . 5	25
3		2	8 . 39	26
4		3	8 . 13	26
4		4	7 . 47	26
4		4	7 . 20	27
4		5	6 . 53	27
4		6	6 . 25	28
4		7	5 . 57	28
5		7	5 . 29	28
5		8	4 . 0	29
5		9	4 . 31	29
5		10		

15 d' Aprile, e dal 15 di Giugno fino al 30 d' Agosto; e anticipa dal 15 d' Aprile fino al 15 di Giugno, e dal 30 d' Agosto fino al 23 di Dicembre.

3. Che il giorno vero uguaglia il giorno medio pure quattro volte l' anno, nel 10 di Febbraro, nel 15 di Maggio, nel 26 di Luglio, e nel 2 di Novembre; essendo tali giorni quelli, ne' quali i giorni veri passano dal crescere al decrescere per rispetto del giorno medio, e all' opposto.

4. Che il giorno vero è maggiore del medio dal 2 di Novembre fino al 10 di Febbraro, e dal 15 di Maggio fino al 26 di Luglio; ed è minore dal 10 di Febbraro fino al 15 di Maggio, e dal 26 di Luglio fino al 2 di Novembre.

5. Che l' equazione del tempo procede prima crescendo per certo intervallo, e poscia diminuendosi quattro volte anche nell' anno, una volta dal 23 di Dicembre fino al 15 d' Aprile, un' altra volta dal 15 d' Aprile fino al 15 di Giugno, un' altra volta dal 15 di Giugno fino al 30 d' Agosto, e un' altra volta dal 30 d' Agosto fino al 23 di Dicembre; ed in sì fatti quattro periodi è massima nel 10 di Febbraro, nel 15 di Maggio, nel 26 di Luglio, e nel 2 di Novembre; vale a dire nelle quattro volte, quando il giorno vero uguaglia il medio.

6. Finalmente che l' eccesso del giorno vero

vero sul medio si va avanzando dal 2 di Novembre fino al 23 di Dicembre, in cui è massimo, e diminuendo dal 23 di Dicembre fino al 10 di Febraro, in cui si fa nullo; come altresì si va avanzando dal 15 di Maggio fino al 15 di Giugno, e diminuendo dal 15 di Giugno fino al 26 di Luglio, in cui si fa pure nullo; e che il difetto del giorno vero relativamente al medio si va avanzando dal 10 di Febraro fino al 15 d'Aprile, in cui è massimo, e diminuendo dal 15 d'Aprile fino al 15 di Maggio, in cui si fa anche nullo; come altresì si va avanzando dal 26 di Luglio fino al 30 di Settembre, in cui è massimo, e diminuendo dal 30 di Settembre fino al 2 di Novembre, in cui pure si fa nullo.

A V V E R T I M E N T O VII.

330. Si noti finalmente che in più tavole astronomiche se ne trovano due per l'equazioni del tempo; in una si trova determinata una parte di ciascuna equazione, che risulta dal ridurre in tempo medio alla ragione di gr. 15 a ora la differenza delle longitudini vera, e media del Sole, e nell'altra la parte rimanente, che risulta dal ridurre in tempo medio alla medesima ragione la differenza della longitudine vera, e dell'ascensione retta vera dell'istesso Sole. Ma de' modi di costruire, e di far uso di
 sì

sì fatte tavole se ne tratterà a luogo opportuno. Premesse intanto tali cose, procediamo ora agli usi dell' addotta tavola. Perciò soggiugniamo i seguenti problemi.

P R O B L. XXXIX.

331. *Insegnare il modo d' adattare un orologio a pendolo al moto diurno del Sole medio coll' ajuto della tavola dell' equazioni del tempo.*

S O L U Z I O N E.

1. Si determini relativamente all' orologio da adattare al moto diurno del Sole me io il mezzodì vero in un giorno; e sia il tempo, che dinota l'orologio in tale momento $0^{\text{or.}} . 3^1 . 43^{11}$.

2. S' offervi nella tavola di quanto s'accreosce, o diminuisce il giorno vero relativamente al medio da sì fatto mezzodì fino al mezzodì seguente; e, supposto che s'accreosca, o diminuisca di 19^{11} , di 19^{11} s'accreosca, o diminuisca il tempo $0^{\text{or.}} . 3^1 . 43^{11}$; darà $0^{\text{or.}} . 4^1 . 2^{11}$, o $0^{\text{or.}} . 3^1 . 24^{11}$ il tempo da dinotare nel mezzodì seguente l' orologio, se si trova adattato al detto moto.

3. Si determini relativamente all' istesso orologio il mezzodì vero del giorno seguente. Se il tempo, che dimostra l' orologio in tale momento, è il tempo già determinato.

nato, l'orologio è già adattato al moto del Sole medio; ma se è maggiore, o minore del tempo determinato, è segno allora che l'orologio accelera, o ritarda per rispetto del Sole medio. In tale caso

4. Si ritardi, o si acceleri secondo sopra s'è detto l'orologio; e si ripeta ne' giorni seguenti la medesima operazione; e tante volte si vada ripetendo, finchè s'osserva che l'orologio non accelera, nè ritarda per rispetto del moto del Sole medio.

S'avrà in tal modo eseguita l'operazione proposta di fare.

Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

332. Se, notato il tempo, che dimostra l'orologio nel momento del mezzodì vero d'un giorno, non si potesse notare quello del mezzodì vero seguente, ma si notasse il tempo del mezzodì vero, che segue dopo due, o tre, o quattro, ec. giorni: acciò l'orologio sia adattato al moto del Sole medio, è necessario allora che il tempo secondo notato uguagli il primo notato, aggiuntavi, o toltane la somma degli eccessi, o difetti, che si trovano notati nella tavola in corrispondenza de' giorni scorsi tra le due determinazioni.

AV.

AVVERTIMENTO II.

333. Si noti che gli Astronomi non sempre hanno l'agio di poter ridurre l'orologio esattamente corrispondente al moto del Sole medio; basta ad essi che conoscano di quanto relativamente a tale moto l'orologio in un giorno accelera, o ritarda, per tenerne conto.

P R O B L. XL.

334. *Determinare relativamente a un orologio adattato al moto del Sole medio il mezzodì medio.*

S O L U Z I O N E.

1. Si determini relativamente a tale orologio il mezzodì vero; e si noti il tempo, che dimostra in tale momento l'orologio.

2. Si sottragga da tale tempo, o si aggiunga ad esso l'equazione del tempo, che si trova nella tavola dell'equazioni corrispondere a tale giorno, secondochè si fatta equazione si trova notata colla P, o colla A nell'istessa tavola.

La differenza, o la somma darà il tempo cercato relativamente a tale orologio del mezzodì medio.

Ch'è ciò, che bisognava determinare.

Tom. II.

S

ESEM.

E S E M P I O I.

Sia determinato il mezzodì vero nel 26 di Febbraro relativamente a un orologio adattato al moto del Sole medio, e sia il tempo dinotato in tale momento dall'orologio 0^{or.}. 3^{1.}. 29^{11.}.

Essendo pel 26 di Febbraro l'equazione del tempo P 13^{11.}, 17^{11.}; sottraendo 13^{1.}. 17^{11.} da 0^{or.}. 3^{1.}. 29^{11.}, o sia da 24^{or.}. 3^{1.}. 29^{11.}, il residuo 23^{or.}. 50^{1.}. 12^{11.} dà relativamente all'istesso orologio il mezzodì medio; vale a dire che il mezzodì medio è accaduto nel momento, in cui tale orologio dinotava 23^{or.}. 50^{1.}. 12^{11.}.

E S E M P I O II.

Sia determinato il mezzodì vero nel 25 di Settembre relativamente a un orologio adattato al moto del Sole medio, e sia il tempo dinotato in tale momento dall'orologio 23^{or.}. 58^{1.}. 40^{11.}.

Essendo pel 25 di Settembre l'equazione del tempo A 8^{1.}. 39^{11.}; aggiugnendo 8^{1.}. 39^{11.} a 23^{or.}. 58^{1.}. 40^{11.}, la somma 24^{or.}. 7^{1.}. 19^{11.} dà relativamente all'istesso orologio il mezzodì medio; vale a dire che il mezzodì medio è accaduto nel momento, in cui tale orologio dinotava 7^{1.}. 19^{11.}.

AV.

AVVERTIMENTO I.

335. Si noti che se l'orologio non si trova esattamente adattto al moto del Sole medio, ma si trova che accelera, o ritarda di più secondi in un giorno; di tale accelerazione, o ritardo non se ne deve tener conto alcuno nella determinazione del mezzodì medio relativamente a sì fatto orologio; ed eccone la ragione. Si mettano l'accelerazione, o ritardo giornaliero dell'orologio = a , l'equazione del tempo = e , l'accrescimento, o diminuzione, che per l'accelerazione, o ritardo dell'orologio deve soffrire la detta equazione = x . S' avrà la seguente proporzione $24^{\text{or.}} : a = e : x$. Ma l'equazione del tempo e , nel caso ch'è massima, è circa $\frac{1}{4}$ d'ora, come costa dalla tavola dell'equazioni del tempo, e conseguentemente è circa $\frac{1}{96}$ di $24^{\text{or.}}$. Dunque nel medesimo caso deve essere x circa $\frac{1}{96}$ dell'accelerazione, o ritardo giornaliero a dell'orologio. E perciò nel caso dell'equazione massima, per essere x di $1^{\text{''}}$, deve essere l'accelerazione, o ritardo giornaliero dell'orologio di circa $96^{\text{''}}$, o sia di $1^{\text{''}} \cdot 36^{\text{''}}$, e molto più, quando l'equazione del tempo non è la massima. Or l'accelerazione, o ritardo giornaliero d'un orologio non è, se non di pochi secondi. Sicchè l'accelerazione, o ritardo giornaliero d'un orologio non può alterare sensibilmen-

te l'equazione del tempo, anche nel caso che sia la massima, e conseguentemente non può alterare la determinazione del mezzodì medio.

AVVERTIMENTO II.

336. E' vero che, se un orologio accelera, o ritarda di 6^{h} per esempio a giorno, tale accelerazione, o ritardo non altera la determinazione del mezzodì medio; altera però i tempi, co' quali l'istesso orologio deve andar dinotando i ritorni del mezzodì medio ne' giorni seguenti: poichè deve tale orologio dinotare il primo ritorno del mezzodì medio con 6^{h} di più, o di meno, il ritorno secondo con 12^{h} pure di più, o di meno, il terzo ritorno con 18^{h} anche di più, o di meno, e così procedendo innanzi.

AVVERTIMENTO III.

337. Determinato intanto il mezzodì medio relativamente a un orologio, è facile coll'ajuto di tale orologio determinare il tempo medio, in cui s'osserva qualunque fenomeno celeste. Sia il mezzodì medio in un giorno, quando un orologio dinota $23^{\text{or.}}$. $59^{\text{m.}}$. $48^{\text{m.}}$, e siasi nell'istesso giorno osservato un fenomeno celeste, quando l'istesso orologio dinotava $7^{\text{or.}}$. $15^{\text{m.}}$. $22^{\text{m.}}$. Se l'orologio è esattamente concorde col mo-
to

to del Sole medio , sottraendo il tempo $23^{\text{or.}} . 59^{\text{'} . 48^{\text{''}}$ da $7^{\text{or.}} . 15^{\text{'}} . 22^{\text{''}}$, o sia da tale tempo accresciuto di $24^{\text{or.}}$, cioè a dire da $31^{\text{or.}} . 15^{\text{'}} . 22^{\text{''}}$, si ha col residuo $7^{\text{or.}} . 15^{\text{'}} . 34^{\text{''}}$ il tempo medio , in cui s'è il fenomeno osservato. Se poi l'orologio accelera , o ritarda di $6^{\text{'}}$ per esempio a giorno . In tale caso dopo avere dell' istesso modo determinato il tempo di $7^{\text{or.}} . 15^{\text{'}} . 34^{\text{'}}$, si deve tale tempo correggere dell'accelerazione , o ritardo , che intanto ha cagionata l'accelerazione , o ritardo giornaliero dell' orologio . E perchè in tale intervallo di tempo l'orologio ha dovuto dinotare di più , o di meno $2^{\text{''}}$; perciò il tempo medio , in cui s'è il fenomeno osservato deve essere non $7^{\text{or.}} . 15^{\text{'}} . 34^{\text{''}}$, ma nel caso che l'orologio accelera $7^{\text{or.}} . 15^{\text{'}} . 32^{\text{''}}$, e nel caso che ritarda $7^{\text{or.}} . 15^{\text{'}} . 36^{\text{''}}$.

AVVERTIMENTO IV.

338. Si noti di vantaggio che quando un' Astronomo deve per molti giorni far uso d' un orologio , relativamente a cui avrà determinato il mezzodì medio , deve da tempo in tempo determinare il mezzodì vero relativamente all' istesso orologio , e rilevarne il mezzodì medio , per conoscere se corrisponde sì , o no all' istessa ora di prima , o all' ora , alla quale deve corrispondere a tenore dell' accelerazione , o ritardo giornaliero.

ro, che avrà l'orologio . Perchè , se non corrisponde, è indizio allora d'esserfi l'orologio irregolato; e si deve di nuovo regolare, secondo s'è già insegnato.

AVVERTIMENTO V.

339. Si noti finalmente che coll' ajuto di un' orologio, relativamente a cui s'è determinato il mezzodì medio, si può anche determinare il tempo vero corrispondente a qualsivoglia tempo, che dinota tale orologio. Sia per esempio nel 4 di Marzo determinato il mezzodì medio relativamente a un orologio, e sia il momento, in cui tale orologio dinota $23^{\text{or.}}$. $43^{\text{r.}}$. $18^{\text{m.}}$. Se si vuole sapere il tempo vero corrispondente a quello dinotato da tale orologio con $9^{\text{or.}}$. $24^{\text{r.}}$. $9^{\text{m.}}$, supposto anche che l' orologio acceleri di $8^{\text{m.}}$ a giorno, si deve procedere in questo modo. 1. Si cerchi pel 4 di Marzo l'equazione del tempo nella Tavola, e trovandosi P . . . $11^{\text{r.}}$. $51^{\text{m.}}$, e contrassegnata da P, s'aggiunga al mezzodì medio, o sia al tempo $23^{\text{or.}}$. $43^{\text{r.}}$. $18^{\text{m.}}$; la somma $23^{\text{or.}}$. $55^{\text{r.}}$. $9^{\text{m.}}$ darà pel medesimo giorno relativamente all' istesso orologio il mezzodì vero. 2. Si sottragga il tempo $23^{\text{or.}}$. $55^{\text{r.}}$. $9^{\text{m.}}$ dal tempo $9^{\text{or.}}$. $24^{\text{r.}}$. $9^{\text{m.}}$, o sia dall' istesso tempo accresciuto di $24^{\text{or.}}$, cioè da $33^{\text{or.}}$. $24^{\text{r.}}$. $9^{\text{m.}}$; il residuo $9^{\text{or.}}$. $29^{\text{r.}}$ darà il tempo computato dal mezzodì vero fino
al

al momento notato dall' orologio con $9^{\text{or.}}$. $24^{\text{1.}}$ $9^{\text{11.}}$; però tale tempo medio si deve correggere dell'accelerazione dell'orologio, la quale in $9^{\text{or.}}$. 29^{1} ha dovuto produrre un avanzo di $3^{\text{11.}}$. Sicchè il detto tempo medio corretto è di $9^{\text{or.}}$. $26^{\text{11.}}$. 3^{o} . Finalmente si cerchi nella tavola in corrispondenza del 4 di Marzo il difetto del giorno vero dal medio, ch' è di $14^{\text{11.}}$; sarà il giorno vero del 4 di Marzo in tempo medio di $23^{\text{or.}}$. 59^{1} . $46^{\text{11.}}$. E perciò se si fa come sta il giorno vero del 4 di Marzo in tempo medio all' istesso giorno in tempo vero , o sia $23^{\text{or.}}$. 59^{1} . $46^{\text{11.}}$: $24^{\text{or.}}$; così il tempo medio $9^{\text{or.}}$. 26^{1} al suo corrispondente tempo vero ; s'avrà tale tempo vero cercato, fatto il calcolo, di $9^{\text{or.}}$. 26^{1} . $55^{\text{11.}}$.

P R O B L. XLI.

340. *Insegnare il modo di ridurre coll' aiuto dell' addotta tavola per un giorno assegnato dell' anno in tempo vero un intervallo determinato in tempo sidero.*

S O L U Z I O N E .

Sia il tempo sidero da ridurre = T .

Si cerchi nella Tavola dell' equazioni de tempo per l' assegnato giorno di quanto i giorno vero eccede , o manca dal giorno medio . Supposto che l' ecceda di $24^{\text{11.}}$; sar

S 4

tal giorno vero espresso in tempo medio di $24^{\text{or.}}$. $00'$. $24''$, o sia di $86424''$. E' anche un giorno sidereo espresso in tempo medio di $23^{\text{or.}}$. $56'$. $4''$, o sia di 86164 . Sicchè il giorno vero assegnato è al giorno sidereo nella ragione di $86424 : 86164$. Nell' istessa ragione è pure un minuto secondo di tale giorno vero a un minuto secondo del giorno sidereo ; perchè in quanti secondi si divide ogni giorno vero , in altrettanti secondi si divide anche il giorno sidereo .

Si mettano in oltre la grandezza d' un secondo del giorno vero = G , la grandezza d' un secondo del giorno sidereo = g , il numero de' secondi della grandezza G , che uguagliano il tempo sidereo $T=N$, e' il numero de' secondi della grandezza g , componenti l' istesso tempo $T = n$; s' avranno

$$\begin{aligned} G \times N &= T \\ g \times n &= T. \end{aligned}$$

Dunque

$$G \times N = g \times n$$

Onde

$$G : g = n : N.$$

E perciò la grandezza del giorno vero sta a quel-

a quella del giorno sidereo, come il tempo sidereo da ridurre al tempo vero cercato. Per la qual cosa se coll' ajuto della tavola dell' equazioni del tempo si determina prima per l' assegnato giorno dell' anno la ragione del giorno vero al giorno sidereo; e poscia si cerca in ordine alla grandezza del giorno vero, alla grandezza del giorno sidereo, e al tempo sidereo da ridurre il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo vero cercato.

Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

E S E M P I O.

Siesi col calcolo determinato che la stella ζ chiamata la Lira, nel 20 di Marzo deve passare pel meridiano dopo il mezzodì vero di tale giorno in tempo sidereo di $9^{\text{or.}}$. $53^{\text{1.}}$. $18^{\text{11.}}$ si vuol sapere il tempo vero di tale passaggio.

Nel 20 di Marzo il giorno vero è di 18^{11} meno del giorno medio. Sicchè il giorno vero è al giorno sidereo, come $23^{\text{or.}}$ $59^{\text{1.}}$: $42^{\text{11.}}$: $23^{\text{or.}}$. $56^{\text{1.}}$. 4^{11} , o come 86382 : a 86184 . Si cerchi dunque in ordine a 86382 , a 86184 , e a $9^{\text{or.}}$. $53^{\text{1.}}$. 18^{11} il quarto proporzionale; il quarto proporzionale $9^{\text{or.}}$. $51^{\text{1.}}$. 54^{11} dà il tempo vero cercato del passaggio pel meridiano della Lira dopo il mezzodì del 20 di Marzo.

A V V E R T I M E N T O I.

341. Se dell'istesso modo si cerca in ordine alla lunghezza del giorno medio alla lunghezza del giorno sidereo, e a qualunque tempo sidereo dato il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo medio equivalente al dato tempo sidereo. E' d'avvertire intanto che se il tempo sidereo di $9^{\text{or.}} 53^{\text{1.}} 18^{\text{11}}$ dell'esempio precedente si fosse ridotto in tempo medio; tale tempo indicherebbe quanto tempo medio dovrebbe scorrere dal mezzodì vero fino al passaggio pel meridiano della stella, ma non indicherebbe l'ora di tale passaggio in tempo medio. Per far ciò si dovrebbe riferire il determinato tempo medio al mezzodì medio, con aggiugnere nel supposto caso al detto determinato tempo medio $7^{\text{1.}} 26^{\text{11}}$, ch'è di quanto nel 20 di Marzo il mezzodì medio anticipa il mezzodì vero.

A V V E R T I M E N T O II.

342. Si noti che operando similmente si può qualunque intervallo determinato in tempo medio trasformare in tempo vero equivalente, e all'opposto,

AV-

AVVERTIMENTO III.

343. Quanto s' è fin qui insegnato ci mena con facilità ai modi di regolare gl' orologj e per gli usi astronomici, e per gl' usi della vita civile. E' da sapere intanto che gli orologj per gli usi astronomici servono per additarci il mezzodì medio, ed i tempi medii; e che gli orologj per gli usi della vita civile servono per additarci il mezzodì vero, e per farci conoscere a un di presso i tempi veri. Del resto ne' due seguenti problemi s' esporranno tali modi; e in seguito si dirà perchè gli orologj, per gl' usi della vita civile, ci fanno conoscere, quando sono ben regolati, i tempi veri a un di presso, e non esattamente.

P R O B L. XLII.

344. *Insegnare il modo di regolare un orologio a pendolo per gli usi astronomici.*

S O L U Z I O N E.

1. S' adatti l' orologio, quand' il bisogno l' esige al moto del Sole medio, secondo uno de' modi già insegnati ne' §§ 313, e 331. E se non v' è tempo d' adattarlo a tale moto esattamente, si noti allora di quanto accelera, o ritarda a giorno.

2. Si

2. Si determini relativamente a tale orologio con esattezza il mezzodì vero; e coll'ajuto dell'equazione corrispondente del tempo si rilevi relativamente a tale orologio il mezzodì medio.

S'avrà in tal modo regolato l'orologio per gli usi astronomici, vale a dire per poter determinare col suo ajuto tempi medii. Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

COROLLARIO.

345. Quindi la determinazione del mezzodì vero per l'Astronomo serve unicamente per regolare il suo orologio, e per assicurarsi da tempo in tempo, quando per più giorni deve farne uso, se conserva l'istessa celerità di moto sì, o no.

P R O B L. XLIII.

346. *Insegnare il modo di regolare un orologio a secondi per gli usi della vita civile.*

S O L U Z I O N E.

I. Coll'ajuto d'una meridiana esatta si metta nel momento del mezzodì vero l'indice delle ore esattamente all'ora 12^{ma}; e nel giorno seguente coll'ajuto dell'istessa meridiana nel momento del mezzodì vero s'explori, se l'orologio dinota tanti secondi di più,

più , o di meno dell' ora 12^{ma} , quanti per tale giorno dinotano l' eccello , o il difetto del giorno vero relativamente al giorno medio . Se ciò accade con esattezza , l' orologio allora va col moto del Sole medio ; altrimenti

2. S' acceleri , o ritardi l' orologio , secondo il bisogno , del modo , che si pratica per renderlo più celere , o più tardi nel suo movimento ; e si ripeta la medesima operazione ; e tante volte in più giorni si vada ripetendo , finchè si conosca essere l' orologio esattamente adattato al moto del Sole medio .

3. Finalmente , adattato l' orologio esattamente al detto moto , e posto l' indice delle ore all' ora 12^{ma} nel mezzodì vero , si vada in ogni giorno l' indice de' secondi portando indietro , o avanti di quanti secondi si trova nella tavola notato il corrispondente eccello , o difetto del giorno vero relativamente al giorno medio .

S' avrà in tal modo regolato l' orologio per gli usi della vita civile ; vale a dire che additerà il mezzodì vero , e farà conoscere a un di presso i tempi veri .

Ch' è ciò , che bisognava insegnare .

COROLLARIO I.

347. Quindi un orologio , regolato del modo già insegnato , deve , finchè non si fre-

go-

gola per qualcuna delle sopraddette cagioni, corrispondere alla meridiana. E perciò quando s'osserva non corrispondere più alla meridiana, è segno che s'è sregolato, e che ha bisogno d'essere di nuovo dell'istesso modo regolato.

COROLLARIO II.

348. In oltre non si deve accelerare, o ritardare il movimento d'un orologio, se non quando si deve adattare al moto del Sole medio. Onde è erronea la pratica di coloro, che accelerano, o ritardano il moto all'orologio nel caso, che conviene avanzare, o arretrare l'indice de' minuti, per l'avanzo, o difetto del giorno solare relativamente al giorno medio.

COROLLARIO III.

349. Di più, indicando la meridiana il mezzodì vero, se un orologio s'adatta in un giorno alla meridiana, facendolo corrispondere ad essa e nel mezzodì, da cui tale giorno incomincia, e nel mezzodì, in cui termina; ne' giorni seguenti non può alla meridiana corrispondere. . . Onde s'ingannano coloro, che giudicano difettoso un orologio, perchè non riesce loro adattarlo a un movimento da fare che in ogni giorno possa alla meridiana corrispondere.

CO.

COROLLARIO IV.

350. Adattandosi di vantaggio gli orologi per gli usi della vita civile pure al moto del Sole medio : è facile ad intendere che le ore determinate da tali orologi sono ore medie, e non ore vere . Or qualora un giorno vero è di 30^{11} più lungo del giorno medio , come accade dal 17 fino al 27 di Dicembre , e conseguentemente l'ora vera è di $1^{11} \frac{3}{4}$ più lunga dell'ora media ; con portare indietro nella fine di tale giorno l'indice de' secondi di 30^{11} , affinchè possa l'orologio corrispondere al giorno vero , non s'impedisce che ogni ora indicata dall'orologio non sia minore dell'ora solare di $1^{11} \frac{3}{4}$, eccetto l'ultima , che si trova eccedere l'ora solare di $28^{11} \frac{3}{4}$; nè s'impedisce che la prima ora , dinotata dall'orologio , non termini per $1^{11} \frac{3}{4}$ avanti della prima ora vera , la seconda per $2^{11} \frac{3}{4}$, la terza per $3^{11} \frac{3}{4}$, e così procedendo innanzi . Lo stesso si deve proporzionatamente intendere di tutti gli altri giorni veri più lunghi, e più corti del giorno medio . Quindi si comprende che gli orologi regolati per l'uso della vita civile, se indicano, quando vanno esattamente regolati , il mezzodì vero con esattezza , non indicano , se non a un di presso i tempi veri ; indicandoli con esattezza solamente ne' quattro giorni dell'

an-

anno, che uguagliano il giorno medio.

AVVERTIMENTO I.

351. Si noti che se si vuole coll' ajuto d'un orologio, del modo già insegnato esattamente regolato, determinare il tempo vero con precisione; basta trasferire il tempo medio, indicato dall'orologio, in tempo vero, secondo s'è antecedentemente insegnato. Se si fa il calcolo per gli giorni dell'anno, ne quali il giorno vero eccede il medio di 30^{II}, si trova che, quando l'orologio dinota il tempo di 20^{or.}, il tempo vero è di 19^{or.} 59^{l.} 35^{II}.

AVVERTIMENTO II.

352. Si noti di vantaggio che, non esigendosi nella vita civile una scrupolosa esattezza nella misura del tempo, non occorre pel regolamento de' detti orologj che in ogni giorno venghi mosso l'indice de' secondi avanti, o addietro, per quanto l'addita la detta tavola; ma basta che da tempo in tempo venghi mosso per quanto il dinota la somma de' secondi, che si trovano notati nella tavola in corrispondenza de' giorni, ne quali il detto indice non è stato mosso. Così se all' 11 di Marzo si ha l'orologio ben regolato, e corrispondente alla meridia-
na;

D'ASTRONOMIA. 289
na; perchè non si fa in esso un ritardo di
 $1^{\circ} . 8''$ relativamente alla meridiana, se
non dopo 4 giorni; perciò senza andare a-
vanzando l'indice di $17''$ in ogni giorno,
basta avanzarlo di $1^{\circ} . 8''$ nel giorno 15.

AVVERTIMENTO III.

353. Quanto s'è fin qui insegnato circa
il modo di regolare gli orologj a secondi
per gli usi della vita civile, è più che suf-
ficiente, acciò possa ognuno regolare per gli
stessi usi anche gli orologj, che non sono
a secondi; e ci fa nell'istesso tempo com-
prendere che ogni Orologiaro dovrebbe esse-
re provveduto d'un'esatta meridiana, e che
nella Città vi dovrebbero essere in diversi si-
ti de' grandi orologj esattamente regolati,
da servire a tutti coloro, che non hanno il
comodo della meridiana per regolare i di lo-
ro particolari orologj.

C A P. XVIII.

In cui s' insegna a calcolare relativamente a qualunque giorno di qualsivoglia anno i tempi de' passaggi de' corpi celesti per qualsivoglia meridiano.

P R O B L. XLIV.

354. *Insegnare il modo di calcolare per qualunque giorno d' un dato anno il tempo vero del passaggio di qualsivoglia stella pel meridiano, rispetto a cui si trovano calcolate le ascensioni rette del Sole.*

S O L U Z I O N E.

Contraffegni G il giorno dell'anno dato, per cui si vuole determinare il passaggio d'una stella pel meridiano, relativamente a cui si hanno costrutte le tavole delle ascensioni rette del Sole; e contraffegnino AQ Fig 28 l'equatore, AE l'eclittica, A il principio d'ariete, P il polo settentrionale, PD il detto meridiano, S il luogo del Sole vero nel
nel

e s'intenda per T menato l' arco PB del cerchio di declinazione, procedente per T. Contraffegneranno AB l'ascensione retta del Sole in tale altro mezzodì vero, e DB l'avanzo dell'ascensione retta del Sole in un giorno vero. Si cerchi pure nell'Efemeridi l'ascensione retta AB del Sole, la quale dà il tempo sidereo, in cui scorre pel meridiano PD l' arco AB dell' equatore. Si farà noto anche il tempo sidereo, in cui scorre per l'istesso meridiano PD il detto avanzo d'ascensione retta DB.

5. Coll'ajuto della tavola dell'equazioni del tempo si determini in tempo medio la lunghezza del giorno vero, che scorre dal mezzodì vero del giorno G fino al mezzodì vero del giorno seguente; e si cerchi in ordine a tale tempo medio, al tempo medio di $23^{\text{or.}}$ 56^{x} 4^{xx} , lunghezza del giorno sidereo, e al tempo sidereo, in cui scorre pel meridiano PD l'avanzo BD dell'ascensione retta del Sole nel detto giorno vero, il quarto proporzionale. Darà tale quarto proporzionale il tempo sidereo, in cui scorre pel medesimo meridiano PD l'avanzo, che fa l'ascensione retta del Sole dal mezzodì vero del giorno G per l'intervallo d' un giorno sidereo.

6. Non variandosi sensibilmente in un giorno l'ascensione retta della stella, e variandosi quella del Sole; si supponga essere DC la variazione, che soffre l'ascensione
ret.

retta del Sole , intanto che scorre pel meridiano PD l' arco DH dell' equatore , ovvero durante l' intervallo , che v' è tra 'l passaggio del Sole pel meridiano , e' l' passaggio della stella F . Si cerchi perciò in ordine a 24^{or.} fideree , al tempo fidereo già determinato , in cui scorre pel meridiano l' avanzo dell' ascensione retta del Sole in un giorno fidereo , e al tempo fidereo , in cui scorre per l' istesso meridiano l' arco DH dell' equatore , il quarto proporzionale . Tale quarto proporzionale dà il tempo fidereo , in cui scorre pel meridiano PD il detto avanzo DC d' ascensione retta del Sole . Onde si fa noto il tempo fidereo , in cui scorre pel medesimo meridiano PD l' arco CH , o sia l' arco dell' equatore , per cui si trova avanzato all' occidente il Sole nel momento , in cui la stella F passa pel detto meridiano .

7. Finalmente essendo nel momento del passaggio della stella F pel meridiano PD l' arco CH dell' equatore quello , che si trova tramezzare tra 'l detto meridiano , e' l' cerchio orario , in cui apparisce allora il Sole ; s' avrà il tempo vero di s' fatto passaggio , con ridurre in tempo il detto arco CH alla ragione di gr. 15 a ora (§104 del tom. I) . E perciò il tempo fidereo già determinato , in cui scorre pel meridiano l' arco CH , dà il tempo vero cercato del passaggio pel meridiano della stella F .

Ch'è ciò , che bisognava insegnare .

. T R A T T A T O
E S E M P I O.

Sia da determinare il tempo , in cui a Parigi passò la Lira nel primo di Maggio del 1760.

C A L C O L O.

I.

L' ascensione retta del Sole nel mezzodì del primo di Maggio del 1760 fu in tempo sidereo - - - - - 2^{or.}. 36^{1.}. 9^{11.}

L' ascensione retta della Lira nel medesimo giorno fu in gr. di 277° . 12^{1.} . 17^{11.}, e conseguentemente in tempo sidereo - - - - - 18^{or.}. 28^{1.}. 49^{11.}.

Sicchè	18 ^{or.} . 28 ^{1.} . 49 ^{11.}
	2 . 36 . 9 fott.
	<hr style="width: 100%;"/>

Differ. I.	15 ^{or.} . 52 ^{1.} . 40 ^{11.} .
------------	--

II.

L' ascensione retta del Sole nel mezzodì del 2 di Maggio fu in tempo sidereo - - - - - 2^{or.}. 39^{1.}. 58^{11.}.

Onde	2 ^{or.} . 39 ^{1.} . 58 ^{11.}
	2 . 36 . 9 fott.
	<hr style="width: 100%;"/>

Differ. II.	3 ^{1.} . 49 ^{11.} .	III.
-------------	---------------------------------------	------

III.

Il giorno vero nel 2 di Maggio manca dal giorno medio di 7^{II} ; e perciò il detto giorno vero in tempo medio è di 24^{or} . — 7^{II} , o di 86393^{II} .

Il giorno sidereo in tempo medio è di 23^{or} . 56^{I} . 4^{II} , e conseguentemente di 86164^{II} .

Si cerchi dunque in ordine a 86393 , a 86164 , e al tempo sidereo di 3^{I} . 49^{II} il quarto proporzionale; s'avrà con tale quarto proporzionale il tempo sidereo di 228^{II} .

IV.

Il giorno sidereo è di 24^{or} sideree, o di 86400^{II} siderei.

Il tempo sidereo 15^{or} . 52^{I} . 40^{II} è di 57160^{II} siderei.

Si cerchi dunque in ordine a 86400 , a 57160 , e a 228^{II} siderei il quarto proporzionale; s'avrà con tale altro quarto proporzionale il tempo sidereo di 150^{II} , o di 2^{I} . 30^{II} .

Onde	15^{or} . 52^{I} . 40^{II} 2 . 30 fott.
	<hr style="width: 100%; border: 0.5px solid black;"/>

Resid.	15^{or} . 50^{I} . 10^{II} .
--------	---

T 4

E

E perciò il tempo vero cercato è di $15^{\text{or.}}$ $50^{\text{1.}}$ 10^{11} ; vale a dire che la Lira passò pel meridiano di Parigi dopo il mezzodì vero del primo di Maggio del 1760 a $15^{\text{or.}}$ $50^{\text{1.}}$ 10^{11} , o in tempo civile a $3^{\text{or.}}$ $50^{\text{1.}}$ 10^{11} della mattina del 2.

AVVERTIMENTO.

355. Si noti che gli Astronomi fanno comunemente l'esposto calcolo con molta maggiore brevità a questo modo. 1. Determinano le due prime differenze, che si sono da noi determinate. 2. Cercano in ordine a $24^{\text{or.}}$, alla prima delle dette differenze, e alla seconda il quarto proporzionale. 3. Finalmente determinano il tempo vero cercato, con sottrarre tale quarto proporzionale dalla prima delle medesime dette differenze. Però sebbene in sì fatto modo operando si abbia il tempo cercato con sufficiente precisione: nondimeno il metodo non serba un esatto rigore. Intanto come il risultato del calcolo è quasi lo stesso, adoperando sì l'uno, che l'altro de' metodi; così nella pratica, per brevità del calcolo, si può adoperare il metodo del comune degli Astronomi, senza timore di cadere in errore da tenerne conto.

PRO:

P R O B L. XLV.

356. *Insegnare il modo di calcolare per qualunque giorno d' un dato anno il tempo vero del passaggio di qualsivoglia stella pel meridiano d' un luogo A , relativamente a cui non si trovano calcolate le ascensioni rette del Sole .*

S O L U Z I O N E .

1. Si calcoli pel giorno dato il tempo vero del passaggio della stella pel meridiano d' un luogo , rispetto a cui si hanno calcolate le ascensioni rette del Sole . Sia sì fatto meridiano quello per esempio di Parigi . Tale tempo calcolato , per dinotare nell' istesso giorno il passaggio della medesima stella pel meridiano del luogo A , deve essere alquanto accresciuto , o diminuito , secondochè sì fatto luogo è più orientale , o più occidentale di Parigi , e accresciuto , o diminuito a proporzione , che si varia l' ascensione retta del Sole , durante il tempo , per cui il mezzodì del luogo A anticipa , o posticipa quello di Parigi . Perchè la stella pel meridiano d' un luogo più orientale , o più occidentale di Parigi vi passa , quando la differenza dell' ascensione retta sua si trova alquanto maggiore , o minore di quella , che si trova in passare pel meridiano di Pa-

Parigi . Per trovare intanto tale accrescimento , o diminuzione da dare al detto tempo calcolato ,

2. Si determini coll'ajuto dell'Efemeridi la variazione in tempo , che soffre l'ascensione retta del Sole nel giorno del cercato passaggio , e si noti .

3. Si trovi in ordine a 24^{or} , alla variazione notata , e al tempo , che dinota la differenza de' meridiani del luogo A , e di Parigi , il quarto proporzionale .

4. Finalmente tale quarto proporzionale s'aggiunga al tempo calcolato del passaggio della stella pel meridiano di Parigi , se il luogo A è all' oriente di Parigi , o si sottragga dal medesimo tempo , se è all' occidentale .

La somma nel primo caso , o il residuo nel secondo , che nasce , dà il tempo vero cercato del passaggio della stella pel meridiano del luogo A ,

Ch'è ciò , che bisognava insegnare .

E S E M P I O .

Sia da determinare il tempo , in cui passò la Lira nel primo di Maggio del 1760 pel meridiano d' un luogo di $9^{\text{or}} . 30^1$ più orientale , o più occidentale di Parigi .

GAL-

accadde dopo mezzodì a --- 15^{or.} 51¹ . 40¹¹.
 Se poi è all' occidente , accadde sì fatto
 passaggio dopo il mezzodì a - - - - 15^{or.}.
 48¹ . 40¹¹ .

AVVERTIMENTO.

357. Ne' luoghi opportuni s' insegnerà a determinare le longitudini , e le latitudini di tutti gli altri pianeti per qualsivisa tempo . Basta qui avvertire che, determinate la longitudine, e la latitudine d'un pianeta per qualsivisa tempo, si può calcolare l'ascensione retta, che l'appartiene nel medesimo tempo del modo insegnato nel § 228 relativamente alle stelle fisse. E' da sapere intanto che in tutte l'Efemeridi per riguardo di tutt'i pianeti si trovano calcolate relativamente a ogni giorno le longitudini, e latitudini pel momento de' rispettivi mezzidì, ed i passaggi pe' meridiani rispettivi; e che solamente nell' Almanacco nautico si trovano relativamente alla Luna calcolate anche le ascensioni rette e pel mezzodì, e per la mezza notte. Veggiamo ora come coll'ajuto delle ascensioni rette di qualunque de' detti pianeti, o che si abbiano in Efemeridi, o che si debbono calcolare ne' bisogni in conseguenza delle longitudini, e latitudini di esso, si debba calcolare per qualunque dato giorno il tempo vero del suo passaggio per qualsivoglia meridiano . Perciò soggiu-
 gnia-

gniamo i due seguenti problemi.

P R O B L. XLVI.

258. *Insegnare il modo di calcolare per qualunque giorno d' un dato anno il tempo vero del passaggio d' uno de' detti pianeti pel meridiano d' un luogo , rispetto a cui si hanno in Efemeridi calcolate le ascensioni rette del Sole , e le longitudini , e latitudini del pianeta ,*

S O L U Z I O N E .

Sia la Luna il pianeta , di cui si vuole Fig. 28
calcolare il passaggio pel meridiano . Contraffegni G il giorno assegnato ; e contraffegnino AQ l'equatore , AE l' eclittica , A il principio d'ariets , P il polo settentrionale , PD il meridiano del luogo , S il luogo del Sole vero nel mezzodì vero del giorno G , ed F il luogo della Luna nel medesimo mezzodì . S' intenda per F menato l'arco PH del cerchio di declinazione precedente per F . Contraffegneranno pel mezzodì vero del giorno G l'arco AD l' ascensione retta del Sole , e l' arco AH l' ascensione retta della Luna ,

I. Si cerchi nell' Efemeridi l' ascensione retta AD del Sole , e si determini l' altra AH della Luna in conseguenza della longitudine , e della latitudine , che competono alla Luna in tale momento , e che si hanno nel-

nelle medesime Efemeridi ; e sieno in tempo sidereo la prima di sì fatte ascensioni rette di $2^{\text{or.}} 15^{\text{1}}$, e la seconda di $14^{\text{or.}} 25^{\text{1}}$. Si farà nota la differenza di esse, che farà di $12^{\text{or.}} 10^{\text{1}}$; e tale tempo dinota il tempo sidereo, in cui scorre pel meridiano PD l'arco DH dell'equatore; e dinoterebbe il tempo sidereo, che impiegherebbe la Luna dopo il mezzodì vero del giorno G per giugnere al meridiano PD, se ella intanto non s'avanzasse sensibilmente in ascensione retta. Ma la Luna, durante tale tempo, sensibilmente s'avanza in ascensione retta; perciò

2. Si calcoli coll'ajuto delle medesime Efemeridi l'ascensione retta, che compete alla Luna nel mezzodì vero seguente; e si determini l'avanzo, che fa l'ascensione retta della Luna dal mezzodì vero del giorno G fino al mezzodì vero del giorno seguente. Sia tale avanzo in tempo sidereo di $1^{\text{or.}}$. Si determini in oltre in tempo medio la lunghezza del giorno vero, che incomincia dal mezzodì del giorno G, e termina nel mezzodì seguente; e sia di $24^{\text{or.}} 00^{\text{1}} 16^{\text{11}}$. E di più si trovi in ordine al tempo medio di $24^{\text{or.}} 00^{\text{1}} 16^{\text{11}}$, al tempo medio di $23^{\text{or.}} 56^{\text{1}} 4^{\text{11}}$, lunghezza del giorno sidereo, e al tempo sidereo di $1^{\text{or.}}$, variazione in tempo dell'ascensione retta della Luna in un giorno vero, il quarto proporzionale. Tale quarto proporzionale dà la variazione in tempo sidereo del

dell' ascensione retta della Luna , durante l'intervallo d' un giorno sidereo; che , fatto il calcolo , si trova nel supposto caso di $59^{\text{r}} . 49^{\text{m}}$.

3. Si trovi in ordine a 24^{or} sideree , al tempo sidereo di $59^{\text{r}} . 49^{\text{m}}$, e al tempo sidereo di $12^{\text{or}} . 10^{\text{r}}$, in cui scorre DH pel meridiano PD , il quarto proporzionale. Tale altro quarto proporzionale dà in tempo sidereo la variazione dell' ascensione retta della Luna , intanto che scorre DH pel meridiano PD ; che , fatto il calcolo , si trova di $30^{\text{r}} . 19^{\text{m}}$. Or se si suppone essere HI l'archetto , per cui s' avanza in ascensione retta la Luna nel tempo sidereo di $30^{\text{r}} . 19^{\text{m}}$; in giugnere il punto H dell' equatore al meridiano PD , la Luna si deve trovare ancora distante dall' istesso meridiano dell' archetto HI , ch' esige a scorrere pel meridiano PD il tempo sidereo di $30^{\text{r}} . 19^{\text{m}}$. E perchè in tale altro intervallo di tempo la Luna segue ad avanzare in ascensione retta ; se si suppone essere IK l'archetto dinotante tale avanzo ; s' avrà il tempo sidereo , in cui scòrre pel detto meridiano l'archetto IK , con cercare in ordine a 24^{or} sideree , al tempo sidereo di $59^{\text{r}} . 49^{\text{m}}$, e al tempo sidereo di $30^{\text{r}} . 19^{\text{m}}$, in cui scorre HI pel meridiano , il quarto proporzionale ; che , fatto il calcolo , si trova di $1^{\text{r}} . 15^{\text{m}}$. Onde in giugnere il punto I dell' equatore al meridiano PD , la Luna si deve tro-

trovare ancora distante dall'istesso meridiano dell'archetto IK, ch'esige a scorrere pel meridiano PD il tempo sidereo di $1^{\circ} . 15^{11}$. Similmente procedendo si trova che in giugnere il punto K al meridiano PD, la Luna se ne deve trovare ancora distante d'un' altro archetto KL; e così procedendo all'infinito. Or tanto gli archi DH, HI, IK, KL, ec. all'infinito, per cui si va successivamente avanzando in ascensione retta la Luna, finchè giugne al meridiano PD, quanto i tempi siderei, ne' quali scorrono tali archi pel meridiano PD, sono in progressione geometrica decrescente, procedendo i termini sì nell'una, che nell'altra progressione in ragione del tempo sidereo di 24^{or} al tempo sidereo di $59^{\circ} . 49^{11}$. Si supponga essere O il punto dell'equatore, dove termina la somma degl'infiniti termini della progressione geometrica DH, HI, IK, KL, ec.; sarà O il punto dell'equatore, che giugnerà colla Luna al meridiano PD; e'l tempo sidereo, in cui scorre DO pel detto meridiano, sarà la somma della progressione geometrica de' tempi siderei, ne' quali scorrono pel medesimo meridiano gli stessi archi DH, HI, IK, KL, ec. Per trovare dunque il tempo sidereo, in cui scorre DO pel meridiano PD, essendo determinati il primo termine della progressione già detta, ch'è di $12^{or} . 10^{\circ}$, e'l secondo, ch'è di $30^{\circ} . 19^{11}$; se si cerca il terzo pro-

por.

porzionale in ordine alla differenza di tali termini, e al primo di essi; tale terzo proporzionale dà la somma dell'intera progressione [§ 146 del tom. 3. degli elem. di matem.], e conseguentemente dà il tempo sidereo cercato, in cui scorre pel meridiano PD l'arco DO; che, fatto il calcolo, si trova essere di $12^{\text{or.}} . 41^{\text{1}} . 37^{\text{11}}$.

4. E perchè nel tempo, che scorre DO pel meridiano PD l'ascensione retta del Sole anche s'accresce. Supposto che s'accresca dell'archetto DC; e supposto che nell'Efe-meridi si trova essere in tempo sidereo l'accrescimento, che riceve l'ascensione retta del Sole dal mezzodì del giorno G fino al mezzodì seguente di $3^{\text{1}} . 57^{\text{11}}$: se si trova in ordine a $24^{\text{or.}}$, al tempo di $12^{\text{or.}} . 41^{\text{1}} . 37^{\text{11}}$, e al tempo di $3^{\text{1}} . 57^{\text{11}}$ il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo sidereo, in cui scorre pel detto meridiano l'archetto DC; che, fatto il calcolo, si trova di $2^{\text{1}} . 5^{\text{11}}$.

5. Finalmente dal tempo $12^{\text{or.}} . 41^{\text{1}} . 37^{\text{11}}$, in cui scorre DO pel meridiano PD, si tolga il tempo $2^{\text{1}} . 5^{\text{11}}$; il residuo $12^{\text{or.}} . 39^{\text{1}} . 32^{\text{11}}$ dà il tempo sidereo, in cui scorre l'arco CO pel meridiano PD, e conseguentemente il tempo vero cercato, in cui la Luna passa per l'istesso meridiano.

Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

A V V E R T I M E N T O .

359. So che l' esposto metodo, è più laborioso di quello, che comunemente si pratica dagli Astronomi : però chi si prenderà la pena di confrontare l'un metodo coll'altro, conoscerà che nel nostro, massimamente relativamente alla Luna, la cui ascensione retta giorno per giorno si varia considerabilmente, la fatica maggiore viene compensata dall' esattezza.

P R O B L. XLVII.

360. *Insegnare il modo di calcolare per qualunque giorno d'un dato anno il tempo del passaggio d' uno de' medesimi pianeti pel meridiano d' un luogo L, relativamente a cui non si hanno in Efemeridi calcolate le ascensioni rette del Sole, e le longitudini, e le latitudini del pianeta.*

S O L U Z I O N E .

Sia la Luna il pianeta, di cui si vuole calcolare il passaggio pel meridiano, e G contraffegni il giorno, per cui si cerca tale passaggio.

I. Volendo far uso d' Efemeridi calcolate relativamente al meridiano di Parigi, si determini di quanto il luogo L si trova esse.

fere più orientale, o più occidentale di Parigi. Sia per esempio più orientale di $9^{\text{or.}} . 30^{\text{t.}}$.

Contraffegnino AQ l'equatore, AE l'eclit. Fig. 29. tica, P il polo settentrionale, PD il meridiano di Parigi, S il luogo del Sole nel mezzodì del giorno G in Parigi, T il luogo della Luna nel medesimo momento. Per T s'intenda menato l'arco PH del cerchio di declinazione procedente per T. Contraffegneranno AD l'ascensione retta del Sole nel momento del mezzodì del giorno G in Parigi, ed AH l'ascensione retta della Luna nel medesimo momento.

2. Si determinino coll' ajuto delle dette Efemeridi AD, AH in tempi siderei. Si farà noto in tempo sidereo l'arco DH, differenza delle ascensioni rette del Sole, e della Luna nel momento del mezzodì del giorno G in Parigi. E perchè nel momento del passaggio del Sole nell' istesso giorno G pel meridiano del luogo L, all'oriente di Parigi di $9^{\text{or.}} . 30^{\text{t.}}$, le dette ascensioni rette debbono trovarsi alquanto minori di AD, AH. Sieno in tale momento AB, AC. Perciò

3. Si determini di quanto l'ascensione retta del Sole varia dal mezzodì del giorno precedente fino al mezzodì del giorno G, e si cerchi in ordine a $24^{\text{or.}}$, al tempo sidereo, dinotante tale variazione d'ascensione retta, e al tempo di $9^{\text{or.}} . 30^{\text{t.}}$ il quarto propor-

V 2

zio-

zionale. S'avrà con tale quarto proporzionale il tempo sidereo esprimente l'archetto DB. Similmente, calcolata l'ascensione retta della Luna pel mezzodì del giorno precedente, e determinato in tempo sidereo l'avanzo, che fa tale ascensione retta dal detto mezzodì fino al mezzodì del giorno G, si cerchi in ordine a 24^{or.}, al tempo sidereo, dinotante tale altro avanzo d'ascensione retta, e al tempo di 9^{or.} 30' il quarto proporzionale. S'avrà con tale altro quarto proporzionale il tempo sidereo dinotante l'archetto HC.

4. Dal tempo sidereo, dinotante l'arco DH già determinato, si tolga quello, che s'è trovato dinotare HC, e al residuo s'aggiunga l'altro, che s'è trovato dinotare DB. S'avrà in tempo sidereo l'arco BC, differenza delle ascensioni rette del Sole, e della Luna pel giorno G nel momento, in cui il Sole è nel meridiano del luogo L.

5. Finalmente si proceda circa il restante del modo insegnato nel probl. precedente.

S'avrà in tal modo pel giorno G il tempo cercato del passaggio della Luna pel meridiano del luogo L.

Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

361. Si noti che se il luogo L è all' occidente di Parigi di $9^{\text{or}} . 30^{\text{r}}$; in tale caso, per avere in tempo sidereo l'arco BC , si deve aggiugnere al tempo sidereo, dinotante DH , quello, che si trova dinotare HC , e dalla somma se ne deve sottrarre l'altro, che si trova dinotare DB .

AVVERTIMENTO II.

362. Si noti pure che l'operazione insegnata nell'esposto problema riesce affai più facile, facendo uso de'passaggi de'pianeti pel meridiano, che si trovano notati in tutte l'Efemeridi. Sia per esempio da determinare pel 22 d'Aprile del corrente anno 1782 il tempo del passaggio della Luna pel meridiano di Napoli. Eccone il calcolo, facendo uso dell'Efemeridi di Bologna. La Luna passa pel meridiano di Bologna nel 22 d'Aprile dopo il mezzodì a $7^{\text{or}} . 57^{\text{r}}$, e nel giorno precedente a $7^{\text{or}} . 7^{\text{r}}$. Dunque da un passaggio pel meridiano all'altro la Luna nel detto tempo v'impiega più del Sole 50^{r} . Or essendo Napoli più orientale di Bologna di $11^{\text{r}} . 25^{\text{r}}$ (§ 130 del tom. I); cioè impiegando il Sole dal meridiano di Napoli fino al meridiano di Bologna $11^{\text{r}} . 25^{\text{r}}$, la Luna nel detto tempo vi

V 3

deve

deve impiegare dall'istesso meridiano di Napoli fino a quello di Bologna più del Sole $23''$, quale è il quarto proporzionale, che si ha in ordine a $24^{\text{or.}}$, a $50^{\text{r.}}$, e a $11^{\text{r.}}$. $25''$. E perciò, passando la Luna pel meridiano di Bologna nel 22 d' Aprile dopo il mezzodì a $7^{\text{or.}}$. $57^{\text{r.}}$, passerà pel meridiano di Napoli dopo il mezzodì di tale luogo a $7^{\text{or.}}$. $57^{\text{r.}}$, tolline $23''$, vale a dire a $7^{\text{or.}}$. $56^{\text{r.}}$. $37''$.

AVVERTIMENTO III.

363. Se il luogo, relativamente a cui s'è cercato il passaggio della Luna pel meridiano si fosse trovato all'occidente di Bologna; in tale caso si farebbe coll'ajuto dell'Efemeridi determinato di quanto la Luna ritarda per rispetto del Sole dal passaggio pel meridiano di Bologna nel 22 al passaggio nel 23; e'l quarto proporzionale determinato in ordine a $24^{\text{or.}}$, al detto ritardo, e alla differenza de' meridiani si farebbe aggiunto al tempo di $7^{\text{or.}}$. $57^{\text{r.}}$, per avere il tempo del passaggio pel meridiano dopo il mezzodì di tale luogo più occidentale di Bologna.

AVVERTIMENTO IV.

464. Ciò che s'è qui insegnato relativamente alla Luna, vale per tutti gli altri pianeti; giacchè in tutte l'Efemeridi si tro-

D' ASTRONOMIA. 311
si trovano determinati i passaggi giornalieri di essi pel meridiano.

AVVERTIMENTO V.

365. Si noti finalmente che nella proporzione da farsi per determinare ciò, che si deve sottrarre, o aggiugnere al tempo, che si trova calcolato nell'Efemeridi, acciò si abbia il tempo cercato del passaggio d'un pianeta pel meridiano d'un luogo, relativamente a cui non si trovano calcolate l'Efemeridi, si deve adoperare sempre per primo termine il tempo di 24^{or.} solari, come noi fatto abbiamo, e non già il tempo solare, che dalle medesime Efemeridi si rileva impiegare il pianeta allora in una giornaliera rivoluzione, come fa il Signor de la Lande nel § 1004 della sua Astronomia; perchè il termine o mologo dell'istessa proporzione è il tempo esprimente la differenza de' meridiani, vale a dire il tempo, che impiega il Sole, e non il pianeta per apparire mosso dal meridiano, relativamente a cui si cerca determinare il passaggio del pianeta, fino al meridiano del luogo, relativamente a cui si hanno l'Efemeridi costrutte.

C A P. XIX.

S' insegnano i modi di determinare gli angoli orarj de' corpi celesti, gli archi semidiurni, che nelle giornaliere rivoluzioni appariscono descrivere, e i tempi del nascere e tramontare di essi.

DEFINIZIONE I.

366. Si chiama *angolo orario* d'un corpo celeste l'angolo formato dal semicerchio orario, in cui apparisce essere il corpo celeste, col semicerchio dell' ora 24^{ma}.

COROLLARIO.

367. Quindi, quando il corpo celeste si trova nell' emisfero occidentale, l'angolo orario si va successivamente accrescendo, e, quando si trova nell' emisfero orientale, si va successivamente diminuendo.

DE-

DEFINIZIONE II.

368. Si dice d'un corpo celeste per rispetto d' un luogo della terra , relativamente a cui tale corpo nasce, e tramonta, in generale *arco semidiurno* l' arco del parallelo, che nella rivoluzione diurna apparisce descrivere nella parte visibile del cielo, e che tramezza tra l'orizzonte razionale del luogo, e 'l meridiano. In ispezie poi l' arco semidiurno si chiama *arco semidiurno della mattina* quello, ch'è nell'emisfero orientale, e *arco semidiurno della sera* quello, ch'è nell'emisfero occidentale.

P R O B L. XLVIII.

369. *Insegnare il modo di determinare per qualunque dato tempo l'angolo orario di qualsivisia corpo celeste.*

S O L U Z I O N E.

Contraffegnino HZQ il meridiano celeste, Fig. 30 EQ l' equatore, e P il polo visibile del mondo; e sia il sito, che occupa nella sfera mundana il corpo celeste nel momento, in cui si vuole determinare il suo angolo orario, S nell' emisfero occidentale, o T nell' emisfero orientale. Per S, e T s' intendano menati gli archi PD, PF de' cerchi
di

di declinazioni, procedenti per S , e T ; farà nel detto momento l'angolo orario EPD , se il corpo celeste è in S , o EPF , se è in T ; e farà la misura di sì fatto angolo orario l'arco ED dell'equatore, o l'arco EF . E finalmente sia $ELAQ$ la direzione, per cui si procede dall'occidente verso l'oriente. O che il corpo celeste nel detto momento sia nell'emisfero occidentale, o che sia nell'emisfero orientale, può accadere che il principio d'ariete sia nell'istesso momento o fuori dell'arco dell'equatore, che misura l'angolo orario di tale corpo, o nel medesimo arco. Sia

I.

Il corpo celeste in S , e'l principio d'ariete in A . Saranno in tale momento AQE l'ascensione retta del mezzo cielo, e AQD l'ascensione retta del corpo S . Dunque, determinando tali ascensioni rette, colla differenza di esse si ha l'arco ED , e conseguentemente l'angolo orario EPD . Sia

II.

Il corpo celeste in S , e 'l principio d'ariete in B . Saranno nel detto momento BE l'ascensione retta del mezzo cielo, e $BEQD$ l'ascensione retta del corpo S . Onde, determinando tali ascensioni rette, colla differenza

ren-

renza di esse si ha l'arco $ELQD$, e col complimento di sì fatto arco all'intera periferia si ha l'arco DE , e conseguentemente l'angolo orario EPD . Sia

III.

Il corpo celeste in T , e'l principio d'ariete in A . Saranno nel medesimo momento AQE l'ascensione retta del mezzo cielo, e $AQEF$ l'ascensione retta del corpo T . E perciò, determinando tali ascensioni rette, colla differenza di esse si ha l'arco EF , e conseguentemente l'angolo orario EPF . Sia

IV.

Il corpo celeste in T , e'l principio d'ariete in C . Saranno nel detto momento CQE l'ascensione retta del mezzo cielo, e CF l'ascensione retta del corpo T . Onde, determinando tali ascensioni rette, colla differenza di esse si ha l'arco FQE , e col complimento di sì fatto arco all'intera periferia si ha l'arco EF , e conseguentemente l'angolo orario EPF .

Per la qual cosa se in ogni caso si determinano pel tempo dato l'ascensione retta del mezzo cielo, e l'ascensione retta del corpo celeste, e se ne rileva la differenza di esse; tale differenza, se non oltrepassa i gr. 180, o, se oltrepassa i gr. 180, il complimen-

mento di essa agli gr. 360 dà sempre l' angolo orario cercato.

Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

COROLLARIO I.

370. E' già noto pel § 197 del tom. I che se si vuole determinare l'ascensione retta del mezzo cielo per qualunque data ora solare di qualsivoglia giorno, basta convertire in gradi dell'equatore in ragione di 15 a ora le ore scorse dal mezzodì fino al momento dinotato dall'ora data, e aggiugnere a tali gradi quelli, che dinotano nel medesimo momento l'ascensione retta del Sole; che la somma, che si ha, se non eccede i gr. 360, o l'eccesso di essa su i gr. 360, se l'eccede, dà sempre l'ascensione retta del mezzo cielo per la data ora. Dunque se si vuole determinare l'angolo orario d'un corpo celeste per qualunque data ora di qualsivoglia giorno, basta convertire in gradi dell'equatore le ore scorse dal mezzodì fino al momento dinotato dall'ora data; determinare in gradi l'ascensione retta, che compete al Sole nel detto momento; e determinare pure in gradi l'ascensione retta, che nel medesimo momento compete al corpo celeste: che siccome la somma delle due prime grandezze determinate, se non eccede i gr. 360, o l'eccesso di essa su i gr. 360, se l'eccede, dà l'ascensione retta del mezzo
cie.

cielo per l'ora data ; così la differenza di tale somma, o di tale eccello coll' ascensione retta del corpo celeste , se non eccede i gr. 180 , o il complimento di essa agli gr. 360, se l' eccede , dà l' angolo orario cercato .

COROLLARIO II.

371. Quindi se si vuole determinare l'angolo orario del Sole per qualunque data ora di qualsivoglia giorno , basta convertire in gradi dell'equatore del modo già detto le ore scorse dal mezzodì fino al momento dinotato dall' ora data ; che tali gradi , se non eccedono i 180° , o il complimento di essi agli gr. 360 , se l' eccedono , danno sempre l' angolo orario del Sole .

AVVERTIMENTO I.

372. Si noti che se si fa uso del tempo medio ; l' ascensione retta del mezzo cielo si determina allora per qualunque tempo medio dato , con ridurre in gradi dell' equatore alla ragione di gr. 15. 2¹ . 27¹¹ a ora il tempo medio scorso dal mezzodì vero fino al momento dinotato dal tempo dato , e con aggiungere a tali gradi quelli , che dinotano l' ascensione retta media , o ciò , ch' è l' istesso , la longitudine media , che compete al Sole nel medesimo momento ; e si ha tale ascensione
ret.

retta del mezzo cielo con sì fatta somma , se non eccede i gr. 360, o coll' eccello di essa su i gr. 360, se l' eccede .

COROLLARIO III.

373. E perciò l'angolo orario d'un corpo celeste per qualunque tempo medio dato si determina, con ridurre in gradi dell'equatore alla detta ragione il tempo medio scorso dal mezzodì vero fino al momento dinotato dal tempo dato ; con determinare l' ascensione retta media , o ciò , che l' istesso, la longitudine media , che compete al Sole nell' istesso momento ; e con determinare l' ascensione retta vera , che nel medesimo momento compete al corpo celeste : che siccome la somma delle due prime grandezze determinate , se non eccede i gr. 360 , o l' eccello di essa su i gr. 360 , se l' eccede, dà l' ascensione retta del mezzo cielo pel tempo dato ; così la differenza di tale somma , o di tale eccello coll' ascensione retta vera del corpo celeste , se non eccede i gr. 180, o il complimento di essa agli gr. 360, se l' eccede , dà l'angolo orario cercato .

AVVERTIMENTO II.

Fig-31. 374. Contraffegnino EPQR la terra, EQ l'equatore terrestre, EPQR il primo meridiano , PA il meridiano di Parigi , PB il me-

meridiano di qualunque altro luogo terrestre, per esempio di Napoli, e PD l'orario, in cui si trova il Sole in qualsivisia tempo. Se nel medesimo momento vengono determinati a Parigi, e a Napoli gli angoli orarj del Sole; si faranno noti i due angoli APD, BPD; onde noti si faranno anche gli archi AD, BD dell'equatore, e conseguentemente nota la differenza AB de' meridiani de' detti luoghi. E perciò, sapendo essere il primo meridiano PE più occidentale di quello di Parigi di 20° , si farà noto l'arco EB, longitudine terrestre di Napoli. Ecco in che modo col mezzo di due angoli orarj, determinati nel medesimo momento in due diversi luoghi, si può determinare la differenza de' meridiani de' medesimi luoghi, e conseguentemente la longitudine terrestre d' uno di essi, qualora è nota la longitudine dell' altro.

P R O B L. XLIX.

375. *Insegnare il modo di determinare l'arco semidiurno di qualunque corpo celeste, relativamente a qualsivisia dato luogo della terra.*

S O L U Z I O N E.

Contraffegnino relativamente al luogo da Fig. 30. to HPQ il meridiano celeste, EQ l'equatore, HO l'orizzonte razionale, P il polo
vifi-

visibile, **Z** il zenit, e **IK** l'arco semidiurno cercato. Per **I** s'intendano menati l'arco **PG** del cerchio di declinazione, e l'arco **ZI** del verticale, procedenti ambidue per **I**. Sarà **IZ** di 90° , diminuiti della parallasse orizzontale del corpo celeste, se è soggetto a parallasse, ed accresciuti della refrazione orizzontale, ch'è per tutt' i corpi celesti di $33'$. Sarà di più **PI** il complimento della declinazione **GI**, che ha il corpo celeste nel momento, che apparisce nell'orizzonte razionale **HO**, o, se il corpo è dall'altra banda dell'equatore, la somma della detta declinazione, e dell'arco del quadrante. E finalmente sarà **PZ** il complimento dell'altezza del polo **P** sull'orizzonte **HO**. Sicchè, note la parallasse orizzontale del corpo celeste, la refrazione orizzontale, e la declinazione, che ha l'istesso corpo nel momento, che apparisce nell'orizzonte, e la sua spezie, e nota di più l'altezza del polo visibile, si rendono nel triangolo **IPZ** noti tutt' i lati. E perciò coll'ajuto della Trigonometria sferica si può in tale triangolo determinare l'angolo orario **IPZ**, o sieno i gradi, e minuti dell'arco **GE** dell'equatore, e conseguentemente dell'arco simile semidiurno cercato **IK**.

Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

COROLLARIO I.

376. Per determinare adunque l'arco semidiurno d'un corpo celeste relativamente a qualsivoglia giorno di qualunque anno, è necessario d'aver note la parallasse orizzontale del corpo celeste pel tempo dato, se mai il corpo è soggetto a parallasse, la refrazione orizzontale della luce, l'altezza del polo del luogo, la declinazione dell'istesso corpo pel momento del suo arrivo all'orizzonte, e la specie di essa.

COROLLARIO II.

377. Essendo la refrazione orizzontale per tutt'i corpi celesti di $33''$, e non avendo le stelle fisse parallasse alcuna, e avendo il Sole nell'orizzonte di $9''$; sarà IZ per le stelle fisse di $90^\circ . 33''$, e pel Sole di $90^\circ . 32'' . 51''$.

COROLLARIO III.

378. Di più non variandosi sensibilmente per lungo tempo le declinazioni delle stelle, e variandosi sensibilmente quella del Sole in ogni giorno, massimamente negli equinozj; sarà relativamente a ogni stella fissa non solamente l'arco semidiurno della mattina sempre uguale a quello della sera,

Tom. II.

X

m₈

ma ben anche tale arco farà costante per lungo tempo; e farà relativamente al Sole l'arco semidiurno della mattina sempre alquanto diverso da quello della sera, cioè minore dal 21 di Dicembre fino al 21 di Giugno, e maggiore dal 21 di Giugno fino al 21 di Dicembre; il che fa che il mezzodì sia dal 21 di Dicembre fino al 21 di Giugno alquanto men lontano dal momento del nascere del Sole, che dal momento del tramontare, e alquanto più lontano dal 21 di Giugno fino al 21 di Dicembre.

AVVERTIMENTO I.

379. Ciò, che s'è detto riguardo al Sole relativamente alla diversità degli archi semidiurni della mattina, e della sera, si deve intendere riguardo ancora a tutti gli altri corpi celesti, che mutano sensibilmente declinazione da giorno in giorno; e massimamente della Luna, la quale da giorno in giorno soffre una considerevole variazione in declinazione.

AVVERTIMENTO II.

380. Sebbene la determinazione dell'arco semidiurno della mattina, o della sera d'un corpo celeste per qualunque dato giorno serva, per potere determinare il momento del
nascere.

nascere, o tramontare di tale corpo pel giorno dato: nondimeno la determinazione di tale arco, come suppone la declinazione del corpo pel momento, in cui nasce, o tramonta nel dato giorno, non si può con sufficiente precisione avere relativamente a que' corpi celesti, che mutano declinazione sensibilmente nel corso d'un giorno, senza potere a un di presso determinare il tempo del nascere, o tramontare di essi. Il come si deve procedere relativamente a tali corpi, per poter determinare l'arco semidiurno della mattina, o della sera di qualunque dato giorno con sufficiente precisione, e in conseguenza di esso il tempo del nascere, o del tramontare, s'anderà insegnando ne' seguenti problemi.

AVVERTIMENTO III.

381. Si noti finalmente che la determinazione del nascere, e tramontare di tutt' i corpi celesti, dal Sole in fuori, suppone già determinato il tempo del passaggio pel meridiano. Premesse intanto tali cose, venghiamo agli problemi, che rischiarano quanto s'è accennato.

P R O B L. L.

382. *Determinare per qualunque dato giorno l'arco semidiurno di qualsivoglia stella, e l'*

X 2

sem-

tempo vero sì del suo nascere, che del suo tramontare.

S O L U Z I O N E.

Siesi da determinare pel 12 di Maggio del corrente anno 1782 relativamente a Napoli l'arco semidiurno, e'l tempo sì del nascere, che del tramontare d'una stella, che passa in tale giorno pel meridiano dopo il mezzodì vero a $9^{\text{or.}} 15^{\text{1.}} 18''$, e che ha di declinazione settentrionale $26^{\circ} 40^{\text{1.}} 32''$.

Si supponga tutto ciò, che s'è supposto nel probl. precedente. Essendo l'altezza del polo settentrionale relativamente a Napoli di $40^{\circ} 50^{\text{1.}} 15''$; faranno $IZ = 90^{\circ} 33^{\text{1.}}$, $IP = 63^{\circ} 19^{\text{1.}} 28''$, e $PZ = 49^{\circ} 9^{\text{1.}} 45''$.

1. Si determini nel triangolo sferico IPZ, noti tutt' i lati, l'angolo sferico IPZ; s'avrà l'arco semidiurno cercato, e conseguentemente l'arco GE dell' equatore; che, fatto il calcolo, si trova essere di $116^{\circ} 39^{\text{1.}} 50''$.

2. Si riduca tale arco in tempo sidereo alla ragione di gr. 15 a ora; s'avrà il tempo sidereo di $7^{\text{or.}} 46^{\text{1.}} 39''$, in cui la stella nella rivoluzione diurna descrive l'arco semidiurno IK.

3. Essendo la lunghezza del 12 di Maggio in tempo medio di $24^{\text{or.}} \text{---} 1''$, o sia di $86399''$, e'l giorno sidereo anche in tem-

D' A S T R O N O M I A . 323

tempo medio di $23^{\text{or.}} 56^{\text{.}} 4^{\text{''}}$, o sia di $86184^{\text{''}}$: se si cerca in ordine a 86399 , a 86184 , e al tempo sidereo di $7^{\text{or.}} 46^{\text{.}}$ $39^{\text{''}}$ il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo vero, in cui la stella nella rivoluzione diurna descrive l' arco semidiurno IK (\S 34c); che, fatto il calcolo, si trova essere di $7^{\text{or.}} 45^{\text{.}} 29^{\text{''}}$.

4. Dal tempo $9^{\text{or.}} 15^{\text{.}} 18^{\text{'}}$, in cui la stella passa pel meridiano nel dì 12 di Maggio, si sottragga il tempo trovato di $7^{\text{or.}} 45^{\text{.}} 29^{\text{''}}$, il residuo di $1^{\text{or.}} 29^{\text{.}} 49^{\text{''}}$ dinota che la stella nasce nel detto giorno dopo il mezzodì a $1^{\text{or.}} 29^{\text{.}} 49^{\text{''}}$.

5. Finalmente all'istesso tempo $9^{\text{or.}} 15^{\text{.}} 18^{\text{''}}$ s'aggiunga il tempo trovato di $7^{\text{or.}} 45^{\text{.}} 29^{\text{''}}$, la somma di $17^{\text{or.}} 00^{\text{.}} 47^{\text{''}}$ dinota che l' istessa stella tramonta nel medesimo giorno dopo il mezzodì a $17^{\text{or.}} 00^{\text{.}} 47^{\text{''}}$, o dopo la mezza notte seguente a $5^{\text{or.}} 00^{\text{.}} 47^{\text{''}}$.

Ch'è quanto bisognava determinare.

A V V E R T I M E N T O I.

383. Si noti che se nel triangolo IPZ, calcolato l'angolo orario IPZ, e conseguentemente l' arco semidiurno IK, si calcola l'angolo IZP; si fa noto l'azimutto IO, e nota conseguentemente l'amplitudine IL.

A V V E R T I M E N T O I I .

384. Si noti pure che si può calcolare l'angolo IPZ, e conseguentemente l'arco semidiurno della stella, con supporre $IZ = 90^\circ$, senza supporlo accresciuto della refrazione orizzontale della luce: però l'arco semidiurno, determinato in tal modo, riesce alquanto difettoso; onde, per renderlo esatto, fa mestieri accrescerlo di tanto, di quanto si viene a variare la misura dell'angolo IPZ per la variazione, che soffre l'arco IZ a cagione della detta refrazione. Or nel triangolo IPZ, con restare costanti i lati IP, PZ, e variarsi il lato IZ, pel § 141 della Trig. sfer. si ha, posto il seno massimo = R, la seguente proporzione, cioè *var.*

$$IZ : \text{var. IPZ} = \sqrt{(\text{sen. IP})^2 - (\text{cos. PZ})^2} : R. \text{ Sicchè}$$

$$\text{var. IPZ} = \frac{R \times \text{var. IZ}}{\sqrt{(\text{sen. IP})^2 - (\text{cos. PZ})^2}}$$

E perciò contrassegnando la declinazione della stella con *decl. S*, e la latitudine del luogo con *lat. L*, farà

$$\text{var. IPZ} = \frac{R \times \text{var. IZ}}{\sqrt{(\text{cos. decl. S})^2 - (\text{sen. lat. L})^2}}$$

e conseguentemente, posta *var. IZ = 33*,
quant'

quant'è la refrazione orizzontale della luce, farà

$$\text{var. IPZ} = \frac{R \times 33^1}{\sqrt{(\text{cos. decl. S})^2 - (\text{sen. lat. L})^2}}$$

Con tale formola si può sempre calcolare l'accrescimento, che cagiona la refrazione orizzontale della luce all'arco semidiurno di qualunque stella, e conseguentemente si può calcolare di quanto va accresciuto per la detta refrazione l'arco semidiurno di qualunque stella, determinato senza aver riguardo alla medesima detta refrazione.

COROLLARIO I.

385. Effendo *var. IPZ* = $R \times 33^1$

$$\frac{\text{-----}}{\sqrt{(\text{cos. decl. S})^2 - (\text{sen. lat. L})^2}}$$

; farà l'accrescimento, che la refrazione orizzontale della luce cagiona agli archi semidiurni delle stelle relativamente al medesimo luogo della terra, maggiore per rispetto d'una stella di declinazione maggiore, e minore per rispetto d'una stella di declinazione minore: anzi farà il minimo, se la stella sarà nell'equatore celeste, ed il massimo, o sia infinito, se la declinazione della stella uguaglierà il complemento agli gr. 90 della latitudine del luogo; nel qual caso la stella non tra-

COROLLARIO II.

386. Se il luogo terrestre è nell'equatore, il detto accrescimento è il minimo di tutti, qualora la stella è nell'equatore celeste; ed in tale caso si fa *var.* $IPZ =$

$$\frac{R \times 33^i}{\sqrt{R^2}} = 33^i; \text{ vale a dire che l'accresci-}$$

mento, che cagiona agli archi semidiurni delle stelle la refrazione della luce, non può essere mai minore di 33^i , e conseguentemente non mai minore di quello, che una stella descrive nel tempo sidereo di $2^1 \frac{2}{7}$.

AVVERTIMENTO III.

387. Si noti di vantaggio che se nel triangolo IGL, rettangolo in G, nota la declinazione IG della stella, e nota l'obliquità ILG dell'equatore, si determina la differenza ascensionale LG; essendo noto sempre l'arco LE di gr. 90, si farà noto l'arco GE, e conseguentemente l'arco semidiurno della stella: però tale arco, determinato senza aver riguardo alla refrazione della luce, deve essere accresciuto della misura, che l'accresce la detta refrazione, e che si può coll'ajuto dell'antecedente formola determinare. PRO-

P R O B L. LI.

388. *Determinare per qualunque dato giorno l'arco semidiurno del Sole sì della mattina, che della sera, e 'l tempo vero tanto del suo nascere, quanto del suo tramontare.*

S O L U Z I O N E.

Siesi da determinare pel 12 di Maggio del corrente anno 1782 relativamente a Napoli l'arco semidiurno del Sole sì della mattina, che della sera, e 'l tempo vero tanto del suo nascere, quanto del suo tramontare.

Si supponga la preparazione del probl. 49. Effendo la declinazione del Sole nel mezzodì del detto giorno settentrionale, e di 18° . $14'$, e la latitudine di Napoli di 40° . $50'$. $15''$; supposto avere il Sole e nel nascere, e nel tramontare l'istessa declinazione di 18° . $14'$; faranno $I Z = 90^{\circ}$. $32'$. $51''$ (§ 377), $I P = 71^{\circ}$. $46'$, e $P Z = 49^{\circ}$. $9'$. $45''$.

1. Nel triangolo $I P Z$, noti tutt'i lati, si determini l'angolo sferico $I P Z$; si farà noto l'arco semidiurno, e conseguentemente l'arco GE dell'equatore; che, fatto il calcolo, si trova essere di 107° . $20'$. $20''$.

2. Si riduca tale arco in tempo solare nella ragione di gr. 15 a ora; s'avrà il tempo solare di $7^{\text{or.}}$. $9'$. $21''$. Or tale
tem-

tempo determinato non può con esattezza dinotare nè quanto prima del mezzodì nasce il Sole, nè quanto dopo il mezzodì tramonta nel detto giorno, effendosi adoperata la declinazione, che ha il Sole nel mezzodì, e non quella, che ha nel nascere, o nel tramontare.

Per correggere l' arco semidiurno della mattina, e' l tempo del nascere .

3. Si cerchi di quanto s' accresce la declinazione del Sole dal mezzodì del giorno 11 fino al mezzodì del 12; e, trovato tale accrescimento di 15^1 , si cerchi il quarto proporzionale in ordine a $24^{\text{or.}}$, al tempo di $7^{\text{or.}} . 9^1 . 21''$, e all' accrescimento di 15^1 della declinazione; darà tale quarto proporzionale, ch'è di $4^1 . 28''$, l' accrescimento della declinazione in $7^{\text{or.}} . 9^1 . 21''$. Onde la declinazione del Sole nel nascere si deve prendere pel detto giorno non di $18^\circ . 14^1$, ma di $18^\circ . 9^1 . 32''$; e conseguentemente si deve prendere $IP = 71^\circ . 50^1 . 28''$.

4. Nel triangolo IPZ, effendo $IZ = 90^\circ . 32^1 . 51''$, $IP = 71^\circ . 50^1 . 28''$, e $PZ = 49^\circ . 9^1 . 45''$, si determini un'altra vol-

ta

ta l'angolo sferico IPZ; si farà noto l'arco semidiurno cercato della mattina; che, fatto il calcolo, si trova essere di $107^{\circ} . 15^1 . 50''$.

5. Si riduca tale arco determinato in tempo solare alla ragione di gr. 15 a ora; s'avrà il tempo solare di $7^{\text{or.}} . 9^1 . 3''$, che dinota nascere il Sole nel 12 di Maggio prima del mezzodì per $7^{\text{or.}} . 9^1 . 3''$, vale a dire nel tempo di $4^{\text{or.}} . 50^1 . 57''$ della mattina.

Per correggere l'arco semidiurno della sera, e'l tempo del tramontare.

6. Si cerchi di quanto s'accresce la declinazione del Sole dal mezzodì del 12 fino al mezzodì del 13; e, trovato tale accrescimento pure di 15^1 , si cerchi il quarto proporzionale in ordine a $24^{\text{or.}}$, al tempo di $7^{\text{or.}} . 9^1 . 21''$, e all'accrescimento di 15^1 della declinazione; darà tale quarto proporzionale, ch'è di $4^1 . 28''$, l'accrescimento della declinazione in $7^{\text{or.}} . 9^1 . 21''$. Onde la declinazione del Sole nel tramontare si deve prendere pel detto giorno non di $18^{\circ} . 14^1$, ma di $18^{\circ} . 18^1 . 28''$; e conseguentemente si deve prendere $IP = 71^{\circ} . 41^1 . 32''$.

7. Nel

7. Nel triangolo IPZ, essendo $IZ = 90^\circ 32' . 51''$, $IP = 71^\circ . 41' . 32''$, e $PL = 49^\circ . 9' . 45''$, si determini di nuovo l'angolo sferico IPZ; si farà noto l'arco semidiurno cercato della sera; che, fatto il calcolo, si trova essere di $107^\circ . 24' . 48''$.

8. Si riduca finalmente tale arco determinato in tempo solare alla ragione di gr. 15 a ora; s'avrà il tempo solare di $7^{\text{or}} . 9' . 39''$, che dinota tramontare il Sole nel 12 di Maggio dopo il mezzodì a $7^{\text{or}} . 9' . 39''$. Ch'è quanto bisognava determinare.

COROLLARIO I.

389. Quindi nel 12 di Maggio del corrente anno 1782 l'arco semidiurno del Sole è più lungo la sera, che la mattina di $8' . 58''$, e'l mezzodì di $36''$ s'avvicina più al momento del nascere, che a quello del tramontare.

AVVERTIMENTO I.

390. Si noti che se nel triangolo IPZ, calcolato con esattezza l'angolo orario IPZ, e conseguentemente l'arco semidiurno IK, si calcola l'angolo IZP, si fa noto l'azimutto IO, e nota conseguentemente l'amplitudine IL.

AV.

AVVERTIMENTO II.

391. Si noti pure che relativamente al Sole si può anche calcolare l' arco semidiurno e della mattina, e della sera, senz' aver riguardo alla refrazione della luce, e alla parallasse orizzontale; e ciò o con supporre nel triangolo IPZ l' arco $IZ = 90^\circ$, o con determinare nel triangolo IGL la differenza ascensionale GL: però in ambi due i detti modi conviene prima determinare un arco semidiurno, con supporre la declinazione, che ha il Sole a mezzodì, e poscia ripeterne le calcolazioni con determinare, e adoperare le declinazioni, che ha il Sole e nel nascere, e nel tramontare, secondo s'è praticato. Gli archi intanto semidiurni della mattina, e della sera, così determinati, hanno bisogno di certi accrescimenti per l' effetto combinato della refrazione della luce, e della parallasse orizzontale dell' istesso Sole; e tali accrescimenti si possono calcolare colla medesima formola trovata nel § 383 relativamente alle stelle; con prendere in essa *var.* IZ non di $33'$, ma di $32' . 51''$, quant'è l' accrescimento, che riceve l' arco IZ di 90° dalla refrazione della luce combinata colla parallasse orizzontale del Sole, e con supporre *decl.* S contraffegnare la declinazione del Sole; talchè tale formola relativamente al Sole è *var.* IPZ =

R X

$$\sqrt{(\text{cos. decl. } S)^2 - (\text{sen. lat. } L)^2}$$

COROLLARIO II.

392. Essendo anche relativamente al Sole

$$R \times 32^1 . 51^{11}$$

$$\text{var. IPZ} = \frac{\quad}{\quad} :$$

$$\sqrt{(\text{cos. dec. } S)^2 - (\text{sen. lat. } L)^2}$$

è chiaro che gli accrescimenti, che ricevono gli archi semidiurni del Sole dalla refrazione della luce, e dalla parallasse orizzontale relativamente all' istesso luogo terrestre, sono maggiori, se la declinazione del Sole si fa maggiore, e minori, se la declinazione si fa minore; che sono minimi negli equinozj, e massimi ne' solstizj; e che divengono infiniti relativamente a que' luoghi, che hanno una latitudine uguale al complimento della massima declinazione del Sole agli gr. 90; e divengono tali nel giorno, in cui il detto complimento di declinazione uguaglia la latitudine del luogo; nel qual giorno il Sole incomincia a non tramontare per rispetto di tale luogo.

COROLLARIO III.

393. Se il luogo terrestre è nell' equatore, il detto accrescimento è il minimo di tut-

tutti negli equinozi; ed in tal caso si fa

$$\text{var. IPZ} = \frac{R \times 32^{\text{I}} \cdot 51^{\text{II}}}{\sqrt{R^2}} = 32^{\text{I}}.$$

51^{II}; vale a dire che l' accrescimento, che cagiona agli archi semidiurni del Sole la refrazione della luce, e la parallasse orizzontale dell' istesso Sole, non può essere mai minore di 32^I · 51^{II}, e conseguentemente non mai minore di quello, che il medesimo Sole descrive nel tempo solare di 2^I · 11^{II} $\frac{2}{5}$.

AVVERTIMENTO III.

394. Chiunque ha compreso quanto fin qui s'è insegnato, può relativamente a qualunque dato giorno con facilità non solamente calcolare gli archi semidiurni, e i tempi del nascere, e del tramontare e delle stelle, e del Sole, ma di qualsivisia altro corpo celeste. Intanto, per maggiore chiarezza, mi piace di soggiugnere le calcolazioni di sì fatte cose relativamente alla Luna, ch'è de' corpi celesti quello, che ha parallasse orizzontale massima, e che ha una giornaliera variazione di declinazione assai considerevole. Perciò soggiugniamo il seguente

PRO.

P R O B L. LII.

395. *Determinare per qualunque dato giorno l'arco semidiurno; per cui la Luna apparisce moverfi e primi, e dopo il passaggio pel meridiano, e'l tempo vero tanto del suo nascere, quanto del suo tramontare.*

S O L U Z I O N E.

Siesi da determinare per qualunque dato giorno G relativamente a Napoli l'arco semidiurno, per cui apparisce procedere la Luna e prima, e dopo il passaggio pel meridiano, e'l tempo vero tanto del suo nascere, quanto del suo tramontare.

Si supponga la preparazione istessa del probl. 49. Sieno pel giorno G della Luna il passaggio pel meridiano a $5^{\text{or.}} 2^{\text{.}} 37^{\text{''}}$ dopo il mezzodì, la declinazione a mezzodì settentrionale di $23^{\circ} 45^{\text{'}}$, e la parallasse orizzontale di $55^{\text{'}}$. Essendo la latitudine di Napoli di $40^{\circ} 50^{\text{'}} 15^{\text{''}}$, e la refrazione orizzontale di $33^{\text{'}}$; faranno, supposto avere la Luna la declinazione di $23^{\circ} 45^{\text{'}}$ e nel nascere, e nel tramontare, $IZ = 89^{\circ} 38^{\text{'}}$ $IP = 66^{\circ} 15^{\text{'}}$, e $PZ = 49^{\circ} 9^{\text{'}} 45^{\text{''}}$.

1. Nel triangolo IPZ, noti tutt'i lati, si determini l'angolo sferico IPZ; si farà noto l'arco semidiurno, e conseguentemente l'arco GE dell'equatore; che, fatto il calcolo, si tro-

trova essere di $111^{\circ} . 46' . 52''$.

2. Sieno i passaggi pel meridiano della Luna nel giorno innanzi dopo il mezzodì a $4^{\text{or}} . 11' . 37''$, e nel giorno dopo a $5^{\text{or}} . 52' . 37''$. Dunque la Luna dal mezzodì del giorno innanzi fino al mezzodì del giorno G impiega il tempo solare di $24^{\text{or}} . 51'$, e dal mezzodì del giorno G fino al mezzodì del giorno appresso impiega il tempo solare di $24^{\text{or}} . 50'$. Si cerchino due quarti proporzionali, uno in ordine a 360° , a $111^{\circ} . 46' . 52''$, e a $24^{\text{or}} . 51'$, e l'altro in ordine a 360° , a $111^{\circ} . 46' . 52''$, e a $24^{\text{or}} . 50'$, il primo, ch'è di $7^{\text{or}} . 42' . 57''$, darebbe quanto prima del passaggio pel meridiano la Luna nasce, se la declinazione adoperata fosse quella, che la Luna ha in tale giorno nel nascere, e'l secondo, ch'è di $7^{\text{or}} . 42' . 38''$, darebbe quanto dopo del detto passaggio la Luna tramonta, se la declinazione adoperata fosse quella, che ha nel tramontare. E perciò, se la Luna nel detto giorno avesse nel nascere la declinazione adoperata, nascerebbe ella prima del mezzodì di $2^{\text{or}} . 40' . 20''$; e, se avesse nel tramontare la medesima declinazione, tramonterebbe dopo il mezzodì di $12^{\text{or}} . 45' . 34''$.

Per correggere l'arco semidiurno, per cui apparisce muoversi la Luna prima del passaggio pel meridiano, e 'l tempo del nascere.

3. Si cerchi di quanto s'accresce, o si diminuisce la declinazione della Luna dal mezzodì del giorno innanzi fino al mezzodì del giorno G; e, trovato che si diminuisce di $2^{\circ} . 55^1$, si cerchi il quarto proporzionale in ordine a $24^{\text{or}} . 51^1$, a $2^{\text{or}} . 40^1 . 20^{\text{II}}$, e a $2^{\circ} . 55^1$; darà tale quarto proporzionale, ch'è di $18^1 . 49^{\text{II}}$, di quanto la declinazione della Luna si deve prendere maggiore di $23^{\circ} . 45^1$ pel momento del suo nascere. E perciò la detta declinazione nel nascere della Luna pel detto giorno G si deve prendere di $24^{\circ} . 3^1 . 49^{\text{II}}$, e conseguentemente si deve prendere $IP = 65^{\circ} . 56^1 . 11^{\text{II}}$.

4. Nel triangolo IPZ, essendo $IZ = 89^{\circ} . 38^1$, $IP = 65^{\circ} . 56^1 . 11^{\text{II}}$, e $PZ = 49^{\circ} . 9^1 . 45^{\text{II}}$, si determini un'altra volta l'angolo sferico IPZ; si farà noto l'arco semidiurno della mattina; che, fatto il calcolo, si trova essere di $112^{\circ} . 7^1 . 44^{\text{II}}$.

5. Si

5. Si cerchi finalmente il quarto proporzionale in ordine a 360° , a 112° . 7^{I} . 44^{II} , e a 24^{or} . 51^{I} ; tale quarto proporzionale, ch'è di 7^{or} . 44^{I} . 24^{II} , dinoterà nascere la Luna nel giorno G per 7^{or} . 44^{I} . 24^{II} prima del suo passaggio pel meridiano, e conseguentemente per 2^{or} . 41^{I} . 47^{II} prima del mezzodì, o sia a 9^{or} . 18^{I} . 13^{II} della mattina.

*Per correggere l' arco semidiurno,
per cui apparisce muoversi la
Luna dopo il passaggio pel
meridiano, e 'l tempo
del tramontare.*

6. Si cerchi di quanto s'accrefce, o diminuisce la declinazione della Luna dal mezzodì del giorno G fino al mezzodì del giorno appresso; e, trovato che si diminuisce di 4° . 5^{I} , si cerchi il quarto proporzionale in ordine a 24^{or} . 50^{I} , a 12^{or} . 45^{I} . 34^{II} , e a 4° . 5^{I} ; darà tale quarto proporzionale, ch'è di 2° . 5^{I} . 52^{II} , di quanto la declinazione della Luna si deve prendere minore di 23° . 45^{II} pel momento del suo tramontare. E perciò la declinazione della Luna nel tramontare pel detto giorno G si

deve prendere di $21^{\circ} . 39' . 8''$; e conseguentemente si deve prendere $IP = 68^{\circ} . 20' . 52''$.

7. Nel triangolo IPZ, essendo $IZ = 89^{\circ} . 38'$, $IP = 68^{\circ} . 20' . 52''$, e $PZ = 49^{\circ} . 9' . 45''$, si determini di nuovo l'angolo IPZ; si farà noto l'arco semidiurno della sera; che, fatto il calcolo, si trova essere di $109^{\circ} . 30' . 46''$.

8. Si cerchi finalmente in ordine a 360° , a $109^{\circ} . 30' . 46''$, e a $24^{\text{or.}} . 50'$ il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale, ch'è di $7^{\text{or.}} . 33' . 15''$, dinoterà tramontare la Luna nel giorno G per $7^{\text{or.}} . 33' . 15''$ dopo il suo passaggio pel meridiano, e conseguentemente a $12^{\text{or.}} . 35' . 52''$ dopo il mezzogiorno, o sia a $35' . 52''$ dopo la mezza notte.

Ch'è quanto bisognava determinare.

COROLLARIO.

396. Quindi nel dato giorno secondo l'addotto esempio la Luna deve apparire prima del passaggio pel meridiano correre un'arco semidiurno di $2^{\circ} . 36' . 58''$ più lungo che dopo, e deve il momento del passaggio pel meridiano essere di $11' . 9''$ più lontano dal momento del nascere, che da quello del tramontare.

AVVERTIMENTO.

397. Quanto s' è esposto fin qui è più che sufficiente a guidare chicchessia a determinare e gli archi semidiurni , e i tempi del nascere , e tramontare di qualunque altro corpo celeste, qualora si hanno tutt' i dati necessarij per sì fatte determinazioni. Intanto procediamo al seguente

 C A P. XX.

De' modi di calcolare l' ora solare vera per mezzo d'un' altezza del Sole, o di qualsivisia stella.

P R O B L. LIII.

398. *Calcolare relativamente a qualunque dato giorno, e a qualunque luogo di nota latitudine l' ora solare, in cui s' è misurata l' altezza, che ha in tale momento il Sole.*

S O L U Z I O N E .

Sia da calcolare per Napoli l' ora solare vera, in cui s' è nel 28 di Maggio del cor-

Y 3

ren-

rente anno 1782 misurata l'altezza del lembo superiore del Sole di 12° .

Contraffegnino per rispetto di Napoli Fig. 32 HZQ il meridiano celeste, HO l'orizzonte razionale, EQ l'equatore, P il polo settentrionale, Z il zenit, ed S il centro del Sole nel momento, che n'è stata misurata l'altezza del lembo superiore. Per S s'intendano menati gli archi ZA, e PB de' cerchi d'altezza, e di declinazione, procedenti per S.

1. Si determinino la parallasse solare corrispondente all'altezza di 12° , e la refrazione della luce conveniente alla medesima altezza, e allo stato dell'atmosfera nel tempo dell'osservazione, e sieno la prima di $8''$. 8, e la seconda di $4'$. $14''$; e agli gr. 12 s'aggiunga la parallasse, e dalla somma se ne sottragga la refrazione; s'avrà l'altezza del lembo superiore del Sole di 11° . $55'$. $54''$. 8 corretta e dalla parallasse, e dalla refrazione.

2. Da tale altezza corretta si sottragga il semidiametro del Sole, che pel 28 di Maggio si trova essere di $15'$. $47''$. $\frac{1}{2}$; s'avrà l'altezza del centro del Sole, o sia $AS = 11^{\circ}$. $40'$. $7''$. 3, e conseguentemente $SZ = 78^{\circ}$. $19'$. $52''$. 7.

3. Si cerchi coll'ajuto d'Efemeridi la declinazione del Sole nel mezzodì in Napoli del giorno 28 di Maggio; è, trovata essere di 21° . $31'$. $56''$, si supponga tale decli.

clinazione avere avuto il Sole nel momento, in cui col suo centro s'è osservato in S. Sarà $SP = 68^{\circ} . 28' . 4''$.

4. Essendo la latitudine di Napoli di $40^{\circ} . 50' . 15''$; farà $PZ = 49^{\circ} . 9' . 45''$.

5. Nel triangolo SPZ, noti tutt'i lati, si determini l'angolo sferico SPZ; si farà noto l'arco BE dell'equatore; che, fatto il calcolo, si trova essere di $93^{\circ} . 4' . 28''$.

6. Si riduca tale arco in tempo solare alla ragione di gr.15 a ora; s'avrà il tempo solare di $6^{\text{or}} . 12' . 17''$. Or tale tempo determinato non può con esattezza dinotare ne'quanto prima del mezzodì s'è misurata l'altezza del lembo superiore del Sole, se s'è misurata dal lato d'oriente, nè quanto dopo, se s'è misurata dal lato d'occidente; essendosi adoperata la declinazione, che ha il Sole nel mezzodì, e non nel momento dell'osservazione.

Per correggere sì fatto tempo nel caso, che la detta altezza s'è misurata dal lato d'oriente.

7. Si cerchi di quanto s'accresce la declinazione del Sole dal mezzodì del 27 fino al

Y 4 mezzodì

mezzodì del 28 di Maggio; e, trovato tale accrescimento di 9° , si cerchi il quarto proporzionale in ordine a $24^{\text{or.}}$, al tempo di $6^{\text{or.}}$. 12° . 17^{II} , e all'accrescimento di 9° della declinazione; darà tale quarto proporzionale, ch'è di 2° . 19^{II} , l'accrescimento della declinazione del Sole in $6^{\text{or.}}$. 12° . 17^{II} . Onde la declinazione BS del Sole si deve prendere non di 21° . 31° . 56^{II} , ma di 21° . 29° . 37^{II} , e conseguentemente si deve prendere $SP = 68^{\circ}$. 30° . 23^{II} .

8. Nel triangolo SPZ, essendo $SZ = 78^{\circ}$. 19° . 52^{II} . 7, $SP = 68^{\circ}$. 30° . 23^{II} , e $PZ = 49^{\circ}$. 9° . 45^{II} , si determini un'altra volta l'angolo sferico SPZ; si farà noto l'arco BE dell'equatore; che, fatto il calcolo, si trova essere di 93° . 2° . 26^{II} .

9. Si riduca tale arco determinato in tempo solare alla ragione di gr. 15 a ora, s'avrà il tempo solare di $6^{\text{or.}}$. 12° . 9^{II} , che dinota quanto tempo prima del mezzodì s'è misurata dal lato d'oriente l'altezza del lembo superiore del Sole. E perciò l'ora cercata in tale caso è $5^{\text{or.}}$. 47° . 51^{II} della mattina.

Per

Per correggere l'istesso tempo nel caso , che la detta altezza s' è misurata dal lato d' occidente .

10. Si cerchi di quanto s'accresce la declinazione del Sole dal mezzodì del 28 fino al mezzodì del 29; e , trovato tale accrescimento di 10° , si cerchi il quarto proporzionale in ordine a $24^{\text{or.}}$, al tempo di $6^{\text{or.}}$. 12° . $17''$, e all'accrescimento di 10° della declinazione ; darà tale quarto proporzionale , ch'è di 2° . $35''$ l'accrescimento della declinazione del Sole in $6^{\text{or.}}$. 12° . $17''$. Onde la declinazione BS del Sole si deve prendere in tale caso non di 21° . $31''$. $56''$, ma di 21° . $34''$. $31''$, e conseguentemente si deve prendere $SP = 68^{\circ}$. $25''$. $29''$.

11. Nel triangolo SPZ , essendo $SZ = 78^{\circ}$. $19''$. $52''$. 7 , $SP = 68^{\circ}$. $25''$. $29''$, e $PZ = 49^{\circ}$. $9''$. $45''$, si determini di nuovo l'angolo SPZ ; si farà noto l'arco BE dell'equatore ; che , fatto il calcolo , si trova essere di 93° . $6''$. $46''$.

12. Si riduca finalmente l'arco determinato in tempo solare alla ragione di gr. 15 a ora ; s'avrà il tempo solare di $6^{\text{or.}}$. 12° .

Y 5

27'' ,

27¹¹, che dinota quanto tempo dopo il mezzodì s'è misurata dal lato d'occidente l'altezza del lembo superiore del Sole. E perciò l'ora cercata in tale caso è 6^{or.} 12¹. 27¹¹ della sera.

Ch'è quanto bisognava determinare.

AVVERTIMENTO.

399. Si noti che, determinata con esattezza la declinazione BS del Sole pel momento, in cui s'è misurata l'altezza del suo lembo superiore, e conseguentemente conosciute le giuste misure di tutt' i lati del triangolo SPZ, si possono calcolare anche l'angolo azzimuttale PZS, e l'angolo parallattico PSZ. Ed ecco in che modo per qualunque data altezza del Sole si possono determinare l'azzimutto corrispondente, e l'corrispondente angolo parallattico.

P R O B L. LIV.

400. *Calcolare relativamente a qualunque dato giorno, e a qualunque luogo di nota latitudine l'ora solare, in cui s'è misurata l'altezza, che ha in tale momento una stella.*

S O L U Z I O N E.

Contraffegnino relativamente al luogo, in cui s'è misurata l'altezza della stella, o sia
il

il luogo dell' osservazione, HZQ il meridiano celeste, EQ l' equatore, P il polo visibile, Z il zenit, ed S il sito della stella nel momento dell' osservazione. Per S s' intendano passare gli archi ZA, PB de' cerchi di altezza, e di declinazione, procedenti per S.

1. Si corregga della refrazione della luce l' altezza misurata della stella, e si determini coll' ajuto d' Efemeridi la declinazione, che compete a tale stella nel giorno dell' osservazione. Si faranno noti gli archi AS, BS, e conseguentemente gli archi SZ, SP; come si fa noto anche l' arco PZ, complemento all' arco di quadrante della latitudine del detto luogo.

2. Nel triangolo SPZ, noti tutt' i lati, coll' ajuto della Trig. sfer. si determini l' angolo orario SPZ. Si farà noto l' arco BE dell' equatore.

3. Si riduca tale arco determinato in tempo sidereo nella ragione di gr. 15 a ora, e sì fatto tempo sidereo si trasmuti in tempo solare vero del modo insegnato nel (§340); s' avrà il tempo solare vero, in cui la stella procede da S al meridiano, o dal meridiano ad S, secondochè si trova nel momento dell' osservazione o nell' emisfero orientale, o nell' emisfero occidentale.

4. Si determini finalmente il tempo solare vero del passaggio dell' istessa stella per meridiano (§356); coll' ajuto di tale tem-

po si farà noto relativamente al mezzodì vero il tempo , in cui la stella s'è osservata in S dal lato d'oriente , o dal lato d'occidente , e conseguentemente si farà nota l'ora vera cercata .

Ch'è ciò , che bisognava determinare .

COROLLARIO.

401. Quindi la determinazione dell' ora solare vera per mezzo dell' altezza d' una stella suppone la determinazione dell' ora solare vera del passaggio dell' istessa stella pel meridiano .

AVVERTIMENTO I.

402. Se con anticipazione si determina l' ora solare , in cui in un giorno deve il Sole , o una stella nascere , o essere a una data altezza , o pure tramontare ; e in sì fatto giorno poi si nota il tempo , che dimostra un orologio nel momento , in cui s'osserva il Sole , o la stella nascere , o essere alla data altezza , o pure tramontare ; si viene in tal modo a conoscere , se l'orologio va regolato sì , o no col moto del Sole , e , se non va regolato , di quanto n'è l'errore . A tali ajuti ricorrono spesso i naviganti pel regolamento de' loro orologj .

AV.

AVVERTIMENTO II.

403. Si noti che si può l'ora solare determinare pure coll'ajuto d'una stella osservata nel verticale d'un'altra. Contraffegnino d'un luogo terrestre HZQ il meridiano celeste, HO l'orizzonte razionale, EQ l'equatore, P il polo settentrionale, Z il zenit, ed S, e T due stelle, che s'osservano in un'istesso momento nel medesimo verticale AZ. S'intendano per S, e T menati gli archi PB, PC de' cerchi di declinazione, procedenti per S, e T. Ecco in che modo si può l'ora solare determinare.

1. Si cerchino pel tempo, in cui s'osservano tali stelle nel verticale ZA, le ascensioni rette delle medesime stelle, e le declinazioni. La differenza di sì fatte ascensioni rette renderà noto l'arco CB dell'equatore, e conseguentemente l'angolo SPT; e le declinazioni renderanno noti gli archi BS, CT, e conseguentemente gli archi SP, TP.

2. Nel triangolo SPT, noti gli archi SP, TP, e l'angolo compreso SPT, si determini l'angolo PST.

3. Nel triangolo ZPS, noto l'arco PZ, complemento all'arco del quadrante della latitudine del luogo, e noti l'arco PS, e l'angolo PSZ, si determini l'angolo orario SPZ della stella S, e conseguentemente l'arco BE dell'equatore; si farà noto pure l'angolo

golo orario TPZ della stella T , e conseguentemente l'arco CE dell'equatore.

4. Coll'ajuto dell'arco BE relativamente alla stella S , o dell'arco CE relativamente alla stella T si determini il tempo sidereo, in cui S , o T giugne da S , o da T al meridiano , e tale tempo sidereo si trasformi nel tempo solare corrispondente (§ 340).

5. Finalmente si determini il tempo solare del passaggio pel meridiano della stella S , o T , e coll'ajuto di tale tempo si rilevi relativamente al mezzodì l'ora solare vera, in cui la stella S , o T è stata nel verticale ZA ; farà tale ora l'ora solare vera , in cui ambedue le stelle si sono osservate nel medesimo verticale ZA .

AVVERTIMENTO III.

404. Se un'orologio nel momento dell'osservazione notava l'ora del detto modo determinata , si conclude allora che l'orologio va col moto del Sole ; altrimenti va errato , e se ne conosce in sì fatta guisa l'errore .

AVVERTIMENTO IV.

405. Si conosce I° che due stelle sono giunte a un'istesso verticale , se appaiono ambedue nella direzione del piano verticale
pro.

procedente per un sottil filo, tenuto a piombo a qualche distanza dall'occhio. II° Che due stelle in ogni rivoluzione diurna passano relativamente a un luogo per un'istesso verticale, se, segnate sulla superficie d'un globo celeste artificiale le periferie di due cerchi, cioè la periferia del parallelo, che passa pel zenit del luogo, e la periferia del cerchio massimo, che passa per le due stelle, tali periferie s'intersecano, o si toccano: perchè come in ogni rivoluzione diurna la prima delle dette periferie scorre pel zenit del luogo; così, quando vi giugne al zenit il punto dell'intersecazione, o del contatto d'ambidue, deve passare per l'istesso zenit anche l'altra periferia. Onde in tale momento il cerchio massimo, procedente per le due stelle, si fa cerchio verticale, e conseguentemente le due stelle si trovano in un istesso verticale. III° Che due stelle, che in ogni rivoluzione diurna passano per un'istesso verticale relativamente a un luogo, appariscono passarvi da tale luogo in una determinata notte, se si trova coll'ajuto del medesimo detto globo passare in qualche ora di tale notte pel zenit il punto d'intersecazione, o di contatto delle due dette periferie; e si trova nel tempo istesso da tale punto niuna delle due stelle più distante di gr. 90; altrimenti nel momento del passaggio pel medesimo verticale di tali stelle relativamente al luogo, una di esse al-
 me.

A V V E R T I M E N T O V .

406. Si noti finalmente che ogni stella , che non tramonta per rispetto d' un luogo , deve in ogni rivoluzione diurna relativamente a tale luogo trovarsi due volte colla stella polare nel medesimo verticale ; e tale verticale deve essere il meridiano del luogo relativamente a quella delle dette stelle , la cui ascensione retta differisce dall' ascensione retta della polare di gr. 180 ; perchè nel momento che la stella polare si trova nel detto meridiano al di sopra del polo , l' altra stella si deve trovare nell' istesso meridiano al di sotto , e all' opposto ; e deve essere diverso dal medesimo meridiano relativamente a ogni altra delle dette stelle , che differisce in ascensione retta dalla polare d' un arco minore , o maggiore di gr. 180 . Intanto come la polare apparisce descrivere intorno al polo un parallelo assai picciolo ; così ognuna delle dette stelle , che in ogni rivoluzione diurna si trova due volte nel medesimo verticale colla polare , e verticale diverso dal meridiano del luogo , si deve trovare colla polare nell'istesso verticale poco tempo prima , o dopo del suo passaggio pel meridiano . Per determinare quanto tempo prima , o dopo il passaggio pel meridiano del luogo una delle dette stelle deve passare pel

pel medesimo verticale colla polare, ecco in Fig. 331 che modo si deve procedere. Contraffegnino, per rispetto di Napoli per esempio, P il polo settentrionale, ZL il meridiano celeste, Z il zenit, ABCD il picciolo parallelo, che apparisce in ogni rivoluzione diurna descrivere la polare, EFGH il parallelo, che nella medesima rivoluzione apparisce descrivere una della dette stelle, e ZE, ZH i due verticali, ne quali l'istessa stella in ogni rivoluzione diurna vi passa colla polare. S'intenda la rivoluzione diurna farsi nella direzione di EFGH, e s'intendano essere PE, PA, PB, PF, PG, PC, PD, PH gli archi de' cerchi di declinazioni procedenti per E, A, B, F, G, C, D, H. Nel passaggio delle due stelle pel medesimo verticale ZE dal lato d'oriente, se la stella polare si trova in A, o B, e l'altra stella al di sotto in E; calcolato del modo già insegnato l'angolo EPZ, si fa noto il suo complemento agli due retti EPL, e conseguentemente l'arco EL: riducendo poi tale arco in tempo sidereo nella ragione di gr. 15 a ora, e trasformando tale tempo sidereo in tempo solare vero; si ha il tempo solare vero, per cui il passaggio di tale stella pel meridiano del luogo in L anticipa il passaggio pel medesimo verticale ZE colla stella polare. Se poi la stella polare si trova in A, o B, e l'altra stella al di sopra in F; calcolato pure del modo già insegnato l'an-

go.

golo ZPF, si fa noto l'arco FI: riducendo pure tale arco in tempo sidereo nella detta ragione, e trasformando tale tempo sidereo in tempo solare vero; si ha il tempo solare vero, per cui il passaggio della stella pel meridiano del luogo in I posticipa il passaggio pel medesimo verticale ZE colla polare. Nel passaggio poi delle due stelle pel medesimo verticale ZH dal lato d'occidente dell'istesso modo si calcola il tempo vero, per cui il passaggio della stella pel meridiano in I, o in L posticipa, o anticipa il passaggio pel medesimo verticale colla polare, secondochè per tale verticale vi passa sì fatta stella al di sopra della polare, o al di sotto.

C A P. XXI.

S' insegna a calcolare l'altezza vera, l'azzimutto, e l'angolo parallattico del Sole, e delle stelle, corrispondenti a qualunque data ora solare.

P B O B L. LV.

407. *Calcolare per una data ora solare di qualsiasi assegnato giorno, e relativamente a qualunque*

Inque luogo di nota latitudine l' altezza vera, l' azzimutto, e l' angolo parallattico del Sole.

S O L U Z I O N E.

Contraffegnino relativamente al luogo HO Fig. 32. l'orizzonte razionale, HZQ il meridiano celeste, EQ l'equatore, P il polo settentrionale, Z il zenit, e S il sito del Sole nel momento, che dinota l' ora solare data. S'intendano per S menati gli archi ZA, PB de' cerchi d'altezza, e di declinazione, precedenti per S.

1. Le ore scorse dal mezzodì fino al momento, che dinota l' ora data, si riducano in arco dell'equatore nella ragione di gr. 15 a ora; s'avrà con tale arco, se non oltrepassa la mezza periferia, o col complemento di esso all'intera periferia, se l'oltrepassa, la misura dell'angolo orario SPZ.

2. Si cerchi nell' Efemeridi la declinazione del Sole a mezzodì del giorno assegnato, e colla parte proporzionale si determini quella, che compete al Sole nell' ora data; s'avrà noto l'arco BS, e conseguentemente noto l'arco PS.

3. Della latitudine del luogo già nota se ne prenda il complemento all' arco del quadrante; e si farà noto l'arco PZ.

4. Finalmente nel triangolo SPZ, noti i due lati SP, PZ, e l'angolo compreso SPZ, si de-

fi determinino l'arco ZS, l'angolo PZS, e l'angolo PSZ.

S'avranno in tal modo l'altezza vera cercata AS, il cercato azzimutto AO, e'l cercato angolo parallattico PSZ.

Ch'è quanto bisognava determinare.

E S E M P I O .

Sia da determinare relativamente a Napoli l'altezza vera, l'azzimutto, e l'angolo parallattico, che competono al Sole a 16^{or.} . 20¹ dopo il mezzodì del 4 di Giugno del corrente anno 1782.

C A L C O L O .

1. Si cerchi in ordine a 1^{or.}, a 16^{or.} . 20¹¹, e a 15° il quarto proporzionale. S'avrà l'arco dell'equatore corrispondente a 16^{or.} . 20¹ di 245°; onde l'arco BE, e conseguentemente l'angolo orario SPZ è di 115°.

2. La declinazione del Sole nel mezzodì del 4 di Giugno in Napoli è di 22° . 29¹ . 57¹¹ settentrionale; e perchè s'accrefce di 6¹ dal mezzodì del 4 fino al mezzodì del 5, farà a 16^{or.} . 20¹ dopo il mezzodì del 4 di 22° . 34¹ . 2¹¹. E perciò l'arco SP = 67° . 25¹ . 58¹¹.

3. Effendo la latitudine di Napoli di 40° . 50¹ . 15¹¹, farà PZ = 49° : 9¹ . 45¹¹.

4. Si determinino, effendo SP = 67° . 25¹,

D' A S T R O N O M I A . 357

$25^{\text{I}} . 58^{\text{II}}$, $PZ = 49^{\circ} . 9^{\text{I}} . 45^{\text{II}}$, e l'angolo $SPZ = 115^{\circ}$, SZ , l'angolo SZP , e l'angolo PSZ .

S'avranno, fatt'i calcoli convenienti, $SZ = 87^{\circ} . 27^{\text{I}} . 39^{\text{II}}$, e conseguentemente l'altezza cercata $AS = 2^{\circ} . 32^{\text{I}} . 21^{\text{II}}$, l'angolo SZB , e conseguentemente l'azzimutto $AO = 86^{\circ} . 58^{\text{I}} . 11^{\text{II}}$, e l'angolo parallattico $PSZ = 46^{\circ} . 20^{\text{I}} . 16^{\text{II}}$.

A V V E R T I M E N T O .

408. Si noti che se colla calcolazione si trova l'arco SZ maggiore di 90° , l'eccesso di tale arco su quello del quadrante dinota allora non altezza, ma profondità del Sole; cioè dinota di quanto nell' ora data il Sole si trova profondo sotto l'orizzonte.

P R O B L . LVI.

409. *Calcolare per una data ora solare di qualsiasi assegnato giorno, e relativamente a qualunque luogo di nota latitudine l'altezza vera, l'azzimutto, e l'angolo parallattico d'una stella.*

S O L U Z I O N E .

S'intenda l'istesso del probl. precedente, ed S contraffegni il sito della stella nel momento, che dinota l'ora solare data.

1. Si determini della stella il tempo so-
la-

lare, in cui passa nel giorno assegnato pel meridiano; e'l tempo dato, computato dal mezzodì, si riferisca al tempo del detto passaggio della stella pel meridiano. Si farà noto in tal modo il tempo solare, per cui il momento, che dinota l'ora data anticipa, o posticipa quello del medesimo detto passaggio.

2. Si converta tale tempo solare in tempo sidereo, e sì fatto tempo sidereo si trasformi in gradi, e minuti dell'equatore alla ragione di gr. 15 à ora. Si farà noto l'arco BE dell'equatore, e conseguentemente l'angolo orario SPZ.

3. Si cerchi nell'Efemeridi la declinazione conveniente alla stella nel giorno assegnato. Si farà noto pure l'arco BS, e conseguentemente l'arco SP.

4. Dalla latitudine nota del luogo si rilevi l'arco PZ.

5. Finalmente, noti nel triangolo i lati SP, PZ, e l'angolo compreso SPZ, si determinino l'arco SZ, e gli angoli rimanenti SZP, PSZ.

S'avranno l'altezza cercata AS, il cercato azzimutto AO, e'l cercato angolo parallattico PSZ.

Ch'è quanto bisognava determinare.

E S E M P I O.

Sia da determinare relativamente a Napoli l'altezza vera, l'azzimutto, e l'angolo parallattico.

Lattico, che competono a $13^{\text{or.}} . 30^{\text{1}}$ dopo il mezzodì del 6 di Giugno del corrente anno 1782 a una stella, che s'è trovata passare in tale giorno pel meridiano per $1^{\text{or.}} . 20^{\text{1}}$ prima del mezzodì, ed ha la declinazione settentrionale di $28^{\circ} . 15^{\text{1}}$.

C A L C O L O .

1. Tempo dato $13^{\text{or.}} . 30^{\text{1}}$
 Tempo da aggiugnere $1 . 20$

Som. $14^{\text{or.}} . 50^{\text{1}}$.

Sicchè la stella dal meridiano fino ad S nella rivoluzione diurna impiega il tempo solare di $14^{\text{or.}} . 50^{\text{1}}$.

2. Il giorno sidereo in tempo medio è di $23^{\text{or.}} . 56^{\text{1}} . 4^{\text{11}}$; il giorno 6 di Giugno in tempo medio è di $24^{\text{or.}} . 00^{\text{1}} . 10^{\text{11}}$. Si cerchi dunque in ordine a $23^{\text{or.}} . 56^{\text{1}} . 4^{\text{11}}$, a $24^{\text{or.}} . 00^{\text{1}} . 10^{\text{11}}$, e al tempo vero di $14^{\text{or.}} . 50^{\text{1}}$ il quarto proporzionale; s'avrà tale tempo solare ridotto in tempo sidereo, che, fatto il calcolo, si trova essere di $14^{\text{or.}} . 52^{\text{1}} . 32^{\text{11}}$.

3. Si riduca il tempo sidereo di $14^{\text{or.}} . 52^{\text{1}} . 32^{\text{11}}$ in gradi, e minuti dell'equatore, e s'avranno $223^{\circ} . 8^{\text{1}}$. Onde s'avrà l'angolo orario SPZ = $136^{\circ} . 52^{\text{1}}$.

4. Essendo la declinazione della stella di $28^{\circ} . 15^{\text{1}}$ settentrionale, e la latitudine di Napoli di $40^{\circ} . 50^{\text{1}} . 15^{\text{11}}$; saranno SZ = 61° .

$61^{\circ} . 45''$, $PZ = 49^{\circ} . 9' . 45''$.

5. Finalmente nel triangolo SPZ , noti i lati SP , PZ , e l'angolo compreso SPZ si determinino il lato SZ , e gli angoli rimanenti SZP , PSZ .

Saranno, fatti i calcoli convenienti, l'altezza cercata $AS = 10^{\circ} . 11' . 8''$, l'azimututo cercato $AQ = 61^{\circ} . 17' . 32''$, e cercato angolo parallattico $PSZ = 31^{\circ} . 42' . 17''$.

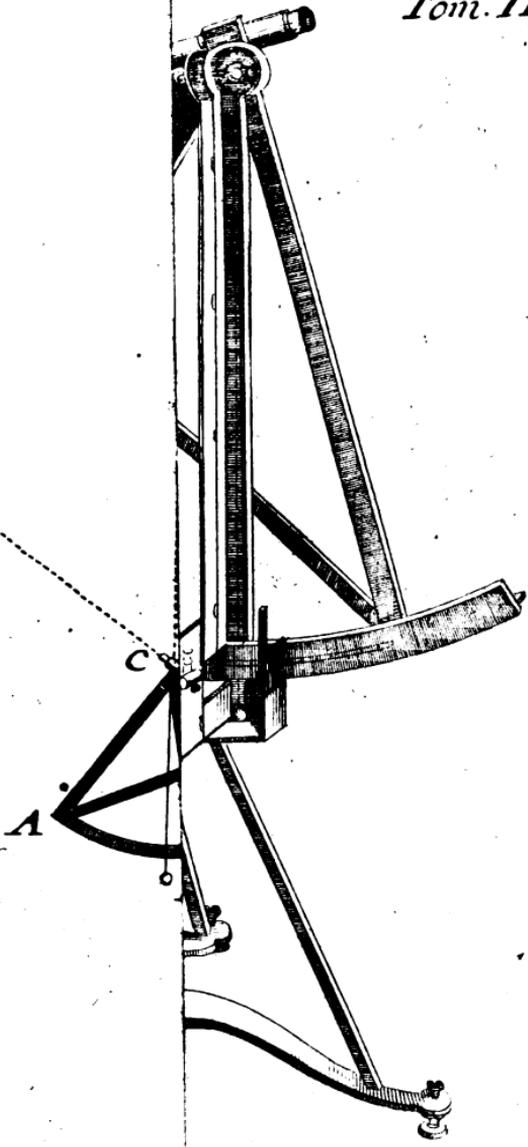
AVVERTIMENTO.

410. Si noti che se colla calcolazione si trova l'arco SZ maggiore di 90° , l'eccesso di tale arco su quello del quadrante dinota allora non altezza, ma profondità della stella; cioè dinota di quanto nell'ora data la stella si trova profonda sotto l'orizzonte.

FINE DEL LIBRO SECONDO.

Tab. I
Tom. II

77.
7.
9.6



$61^{\circ} . 45^{\prime}$, $PZ = 49^{\circ} . 9^{\prime} . 45^{\prime\prime}$.

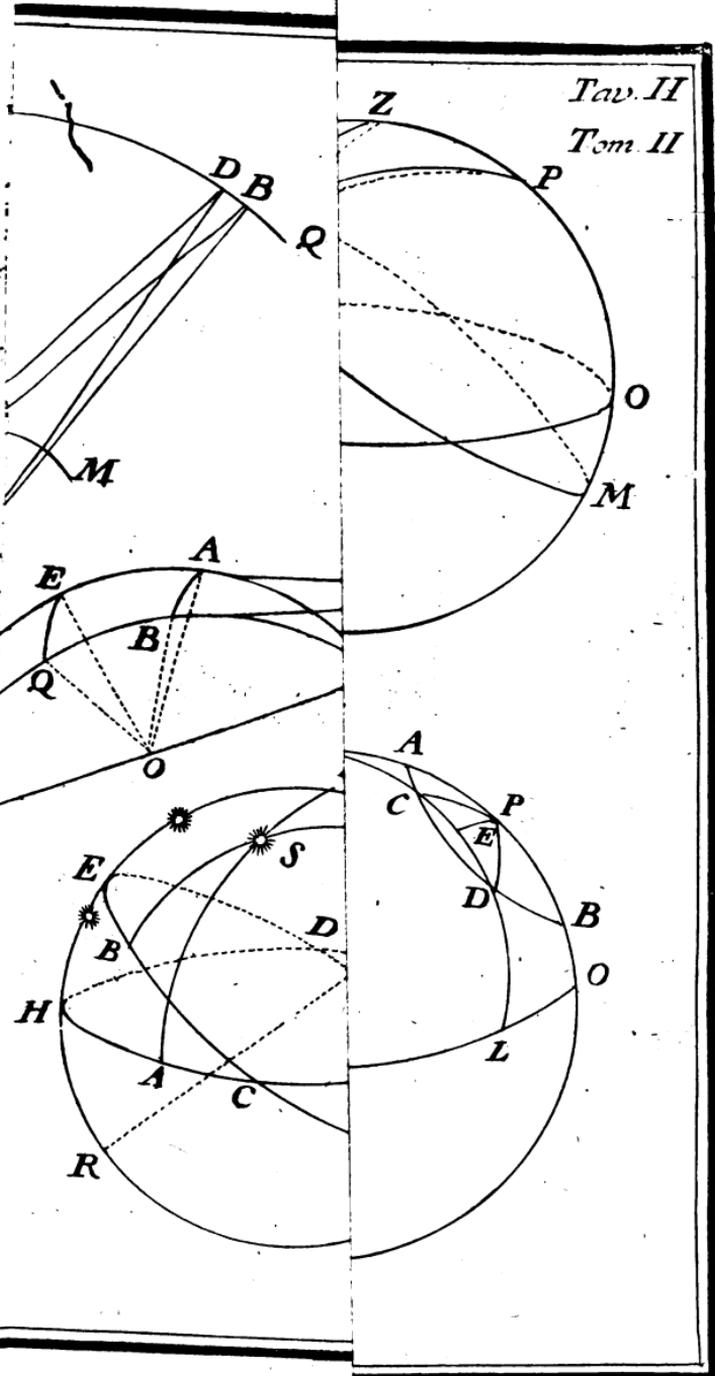
5. Finalmente nel triangolo SPZ, noti i lati SP, PZ, e l'angolo compreso SPZ si determinino il lato SZ, e gli angoli rimanenti SZP, PSZ.

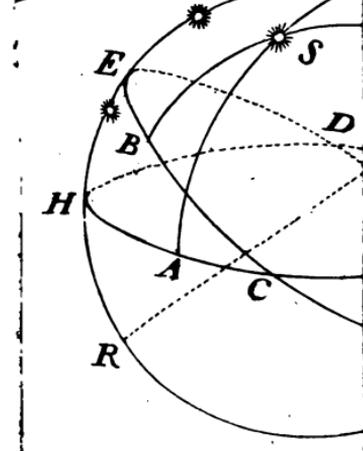
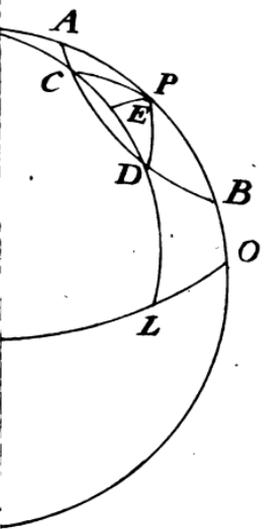
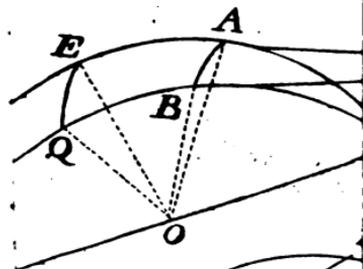
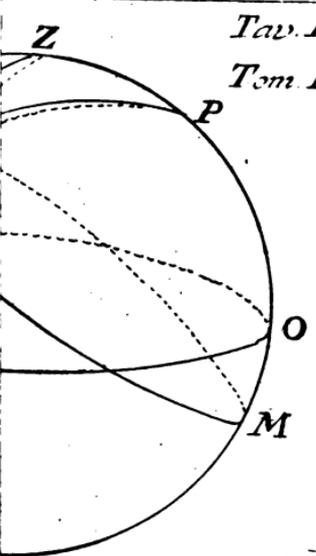
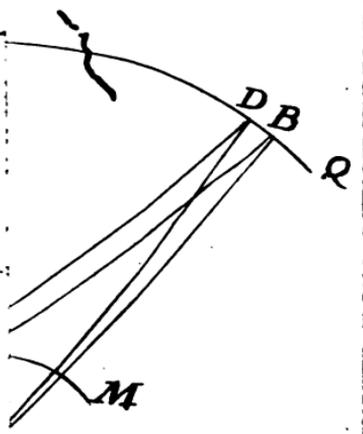
Saranno, fatti i calcoli convenienti, l'altezza cercata $AS = 10^{\circ} . 11^{\prime} . 8^{\prime\prime}$, l'azimutto cercato $AQ = 61^{\circ} . 17^{\prime} . 32^{\prime\prime}$, e l'angolo cercato $PSZ = 31^{\circ} . 42^{\prime} . 17^{\prime\prime}$.

A V V E R T I M E N T O .

410. Si noti che se colla calcolazione si trova l'arco SZ maggiore di 90° , l'eccesso di tale arco su quello del quadrante dinota allora non altezza, ma profondità della stella; cioè dinota di quanto nell'ora data la stella si trova profonda sotto l'orizzonte.

FINE DEL LIBRO SECONDO.





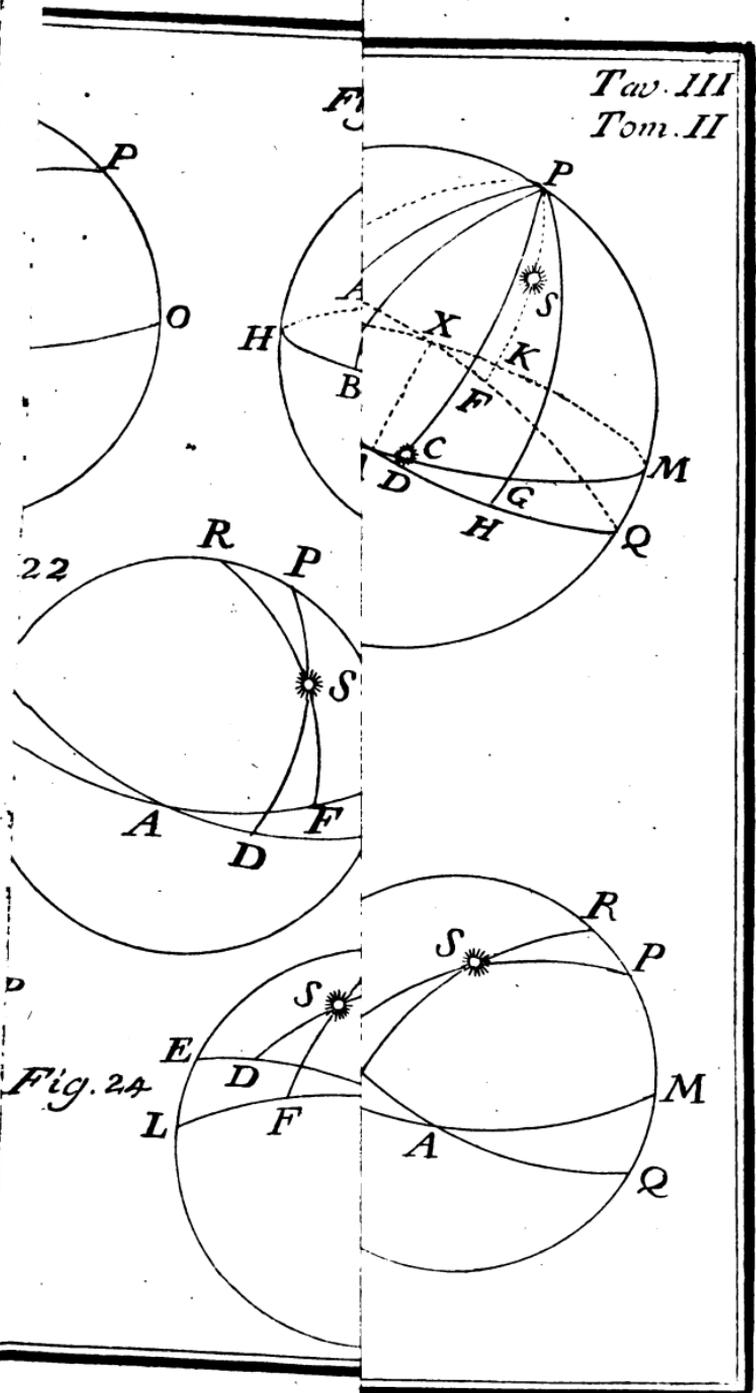


Fig. 30

Tab. IV

Tom. II

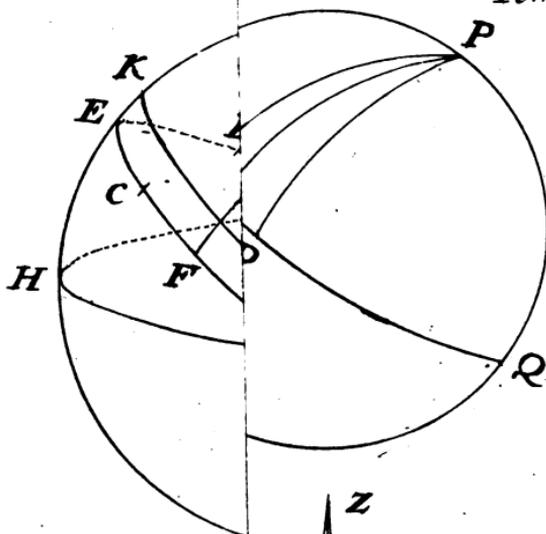
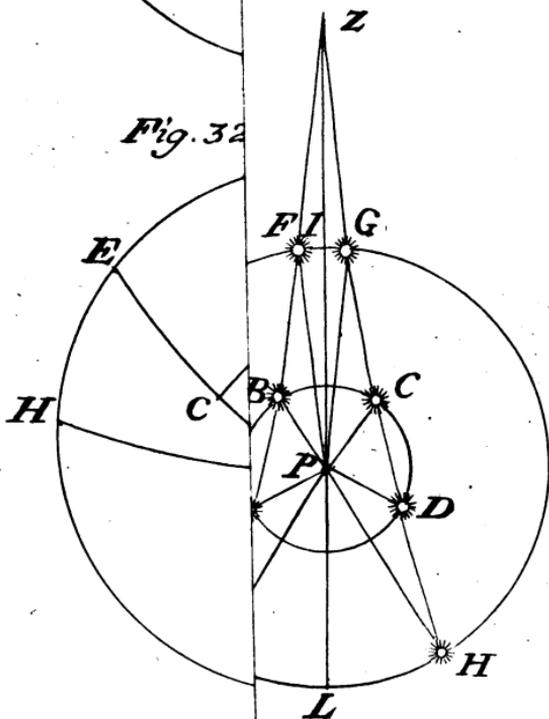


Fig. 32



BO

AUG

UNIVERSITY OF MICHIGAN



3 9015 06228 4362

UNIV. OF MICH.
LIBRARY



